МРНТИ 52.01.77

Н.А. Адилбек[1], Г.С. Шаихова[1], В.В. Журов[1], Г.Е. Шегебаева[1]

[1] Карагандинский государственный технический университет,
г. Караганда, Казахстан

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОДНОЙ СИСТЕМЫ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ФРЕДГОЛЬМА ТРЕТЬЕГО РОДА В ЗАДАЧЕ ОБ ОПОРНОМ ДАВЛЕНИИ ВБЛИЗИ ОЧИСТНОЙ ВЫРАБОТКИ

Аннотация. Рассмотрена задача о напряжениях и смещениях наклонно–слоистого массива вблизи горной выработки, целиком расположенной в одном из породных слоев, когда выработка испытывает влияние очистных работ в угольном пласте. Это влияние учитывается путем задания системы нормальных и сдвигающих усилий на границе нижней слоистой полуплоскости с отверстием. Цель исследования: определить напряженное состояние слоистой полуплоскости, ослабленной отверствием круговой формы при заданных на границе произвольных нагрузках. Задача решается методом наложения комплексных потенциалов Колосова – Мусхелишвили и интегральных преобразований Фурье. На основе метода интегральных преобразований Фурье в теории упругости, получена система интегральных относительно нормальных и касательных контактных усилий для случае двух разнародных слоистых полупоскостей. Получены системы интегральных уравнений при решении задачи об опорном давлении на наклонно залегающий заглубленный угольный пласт вблизи очистной выработки..

Ключевые слова: массив, штрек, напряжения, забой, модель, комплексный потенциал, угольный пласт, узлы интегрирования.

• • •

Түйіндеме. Тұтқыр қабаттардың бірінде орналасқан кен қазбасы теңірегіндегі сілемдердің кернеулері мен орын ауыстырулары көмір қабатындағы тазалау жұмыстарының әсеріндегі күйі қарастырылған. Бұл әсер теменгі қабаттағы жарты жазықтықтың шекараларында берілген қалыпты және ығысу күштері арқылы ескерілген Зерттеулердің мақсаты: шеңбер нұсқасында берілген кез келген жүктеулермен әсер етілген қазбамен әлсізденген шекарадағы қабатты жарты жазықтықтың кернеулік күйін анықтау. Мәселе Колосов – Мусхелишвили кешенді потенциалын және Фурье интегралдық түрлендіруін қолдану арқылы шешіледі. Серпімділік теориясындағы Фурье интегралдық

ернектеу әдісіне негізделе отырып, қалыпты және жанама байланыс күштеріне екі түрлі қабатты жартылай беттерге қатысты интегралдау жүйесі алынған.
Бұл жұмыста Фурьенің интегралдық түрлендіру әдісі арқылы серпімділік теориясының екі біртекті емес қабатты жарты жазықтықтардың қалыпты және жанама түйісу күштерінің интегралдық жүйелері алынған.
Түйінді сөздер: сілем, штрек, кернеулер, кенжар, модель, кешенді потенциал, көмір тақтасы, интегралдау түйіндері.

▪ ▪ ▪

Abstract. The problem of stresses and displacements of an oblique-layered massif near a mine working, which is located entirely in one of the rock layers, is considered when the mine is tested by the effects of cleaning works in a coal seam. This effect is taken into account by specifying a system of normal and shear forces at the boundary of the lower layered half-plane with a hole. The purpose of the study is a definition of the stress state of a layered half-plane, weakened by a circular hole for arbitrary loads specified at the boundary. The problem is solved by imposing the complex Kolosov – Muehehelishvili potentials and Fourier integral transforms. Based on the method of Fourier integral transforms in the theory of elasticity, a system of integral with respect to normal and tangential contact forces is obtained for the case of two different layered half-surfaces.
In this work, systems of integral equations are obtained in solving the problem of the reference pressure on an obliquely buried coal seam near the mine working. In this paper, the method of integral Fourier transforms in the theory of elasticity, obtained a system of integral with respect to normal and tangential contact forces for the case of two different layered half-surfaces.
Keywords: massif, drift, reference array, complex potential, slaughter, model, coal seam, integration nodes

Введение. Новое аналитическое описание опорного давления на угольный пласт учитывающее переменную податливость (жесткость) пласта, которая уменьшается (растет) по мере удаления от забоя, позволяет проводить исследования в рамках теории упругости, не прибегая к представлениям теории пластичности. Механизм влияния опорного давления при надработке угольного пласта столбами по падению на полевой штрек существенно отличается от механизма при разработке пласта по простиранию; развитие и распределение напряжений в почве пласта вокруг полевого штрека имеют стадийный характер, изменяющийся в динамике проведения очистных работ.

Комплексные исследования напряженного состояния полевых выработок в динамике проявления опорного давления при отработке пластов столбами по падению проведены Б.Б. Атымтаевым, расчетно-теоретический анализ которого базировался на методе конечных элементов [1-2]. Эти исследования указывают на то, что до сих пор полностью не выяснены многие вопросы: механизм взаимодействия очистной и подготовительной выработок при отработке столбами по падению.

В работе получены системы интегральных уравнений при решении задачи об опорном давлении на наклонно залегающий заглубленный угольный пласт вблизи очистной выработки. Предположено, что в наклонно-слоистом горном массиве очистная выработка прямоугольной формы длиной $2a$ проведена на полную мощность угольного пласта h_p (рисунок 1). Кровля и почва пласта моделированы сложными полуплоскостями I-2 и 3-4, представляющими разнородные породы разной толщины непосредственной кровли h_1 и почвы h_2. Между разнородными породными слоями и угольными пластом существует жесткое сцепление.

Методы исследований. Ввиду геометрической симметрии среды относительно оси *OX*, задача допускает разбиение на симметричную и антисимметричную части (сжатие и сдвиг на бесконечности). Для симметричной задачи $y > a$ система интегральных уравнений выглядит следующим образом:

$$\frac{1}{c^2}\left[K^{\infty}+K_1(y)\right]f^B(y)+\frac{a_1^{\infty}}{\pi}\int_a^{\infty} f^B(t)\,\mathrm{h}\left|y^2-t^2\right|dt+\int_a^{\infty} f^B(t)L_1(t,y)dt-$$

$$-a_2^{\infty}\int_y^{\infty} g^B(t)dt+\int_a^{\infty} g^B(t)L_2(t,y)dt=L_3(y)-\qquad(1)$$

$$-\frac{p^0 a}{\pi}a_1^{\infty}\left[\frac{y}{a}\,\mathrm{h}\,\frac{y-a}{y+a}-\mathrm{h}\left(y^2-a^2\right)+2\right]-\frac{1}{c_2}K_1(y)p^0,$$

$$\frac{1}{c^2}\left[S^{\infty}+S_1(y)\right]g^B(y)+\frac{a_2^{\infty}}{\pi}\int_y^{\infty} f^B(t)dt+\int_a^{\infty} f^B(t)L_2(y,t)dt+$$

$$+\frac{a_2^{\infty}}{\pi}\int_a^{\infty} g^B(t)\,\mathrm{h}\left|\frac{y-t}{y+t}\right|dt+\int_a^{\infty} g^B(t)L_2(t,y)dt=L_3(y)$$

Здесь $f^B(y)$, $g^B(y)$ дополнительные нормальные и касательные контактные напряжения, действующие на кромках слоистых полуплоскостей. Их поведение и величина в окрестности выработки обуславливается свойствами угольного пласта, его податливостью [1,4].

$a_{ij}^{\infty}, K^{\infty}$ - постоянные зависящие от упругих характеристик слоев и пласта, причем K^{∞} может обращаться в ноль. $L_i\,(t,y)\,L_i\,(y)$ - гладкие непрерывные функции, убывающие с возрастанием переменной y. $K_1(y)\,S_1(y)$ - монотонно убывающие непрерывные функции, характеризующие деформативность угольного пласта по Винклеру при сжатии и сдвиге соответсвенно. p^0, τ^0 - постоянные, характеризующие основное напряженное состояние пород.

Уравнения типа (1), содержащие перед неизвестной функцией переменный коэффициент относят к интегральным уравнениям Френдгольма 3-го рода. Для приведенной системы, у которой интегрирование ведется на полубесконечном промежутке, к тому же с переменным нижним пределом, какие – либо исследования в литературе отсутствуют.

Относительно $f^B(y)$, $g^B(y)$ известно, что они непрерывны, при больших y убывают как y^{-2}, а в окрестности выработки ограничены. Исключение составляет частный случай (пласт отсутствует или же он не сжимаем) – тогда напряжения стремятся к бесконечности при $y \to a$.

Попытка авторов аппроксимировать $f^B(y)$, $g^B(y)$ полиномами Лагерра с последующим сведением (1) и бесконечной системе линейных алгебраических уравнений (БСЛАУ) к успеху не привели. Полученная БСЛАУ оказалась плохо обусловленной. Это, очевидно, объясняется тем, что $L_n(y)e^{-y}$ мало пригодны для аппроксимации искомых функций.

Система (1), поэтому, решалась численно методом Крылова-Боголюбова, путем кусочной аппроксимации искомых функций квадратичными трехчленами. В качестве неизвестных приняты $f^B(t_k)$, $g^B(t_k)$.

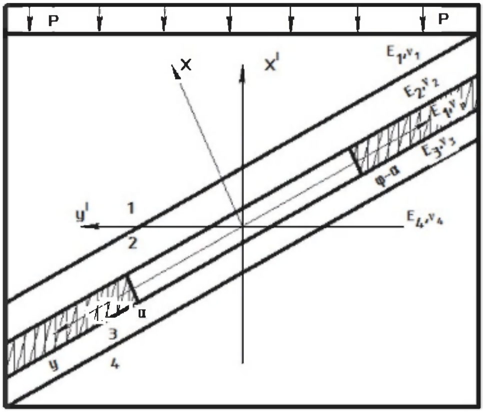
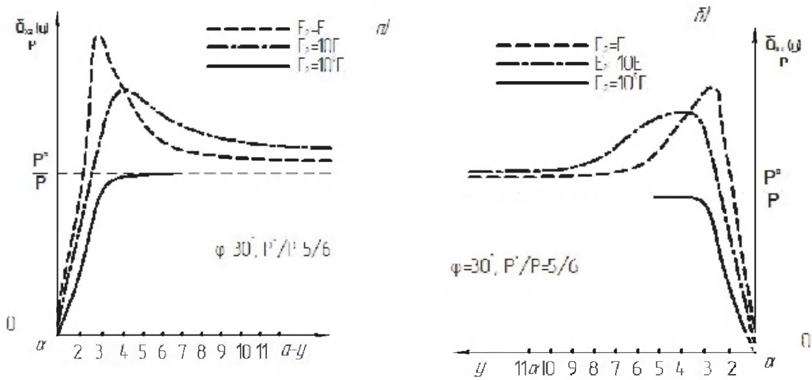


Рисунок 1 - Модель опродного массива с очистной выработкой



а) – по восстанию; б) – по падению

Рисунок 2 - Эпюра опорного давления при различной жесткости кровли

Узлы интегрирования назначались следующим образом. Значение крайнего, наибольшего узла t_{2M+1} выбрано таким, чтобы можно было положить с принятой точностью $f^B(t_{2M+1}) = 0,\ g^B(t_{2M+1}) = 0$. Промежуток $[t_1, t_{2M+1}]$ $(t_1 = a)$ делится на попарно равные и возрастающие по арифметической прогрессии отрезки.

При этом

$$t_{2k+1} = a + u_1 K + d\frac{(K-1)K}{2},\; t_{2k} = a + u_1\left(K - \frac{1}{2}\right) + \frac{d}{2}(K-1)^2, K = \overline{1,M},$$

где u_1 - первый член арифметической прогрессии, а $d = 2\left(\frac{t_{2M+1} - a - u_1 M}{(M-1)M}\right)$ её знаменатель.

Переменный шаг необходим для того, чтобы обеспечить равномерную точность при интегрироания. В начале интегрирования, t_k находится близко к a, искомые функции $f^B(t_k)$, $g^B(t_k)$ меняются быстро и здесь нужен более мелкий шаг, нежели на удалении, где они выполаживаются и убывают ассимптотически.

Заменяя интегралы суммами по формуле Симпсона для неравных делений и записывая каждое из уравнений для узлов $y_n, n = \overline{1,M}$ получим СЛАУ порядка 4М относительно неизвестных $f^B(t_k)$, $g^B(t_k)$. При вычислении коэффициентов матрицы системы все интегралы, содержащие логарифмические члены, вычислялись аналитически с учетом того, что $f^B(t_k)$, $g^B(t_k)$ на отрезке $\lfloor t_{2M-1,} t_{2M+1} \rfloor$ аппроксимируются квадратичными трехчленами. Так как логарифмическая особенность интегрируема, то в полученных выражениях легко перейти к пределу в тех узлах, где $y_n = t_{2M+1}$ и возникает особенность. В интегралах с переменным нижним пределом если в середину парного отрезка попадал нижний предел y_{2m}, то соответствующий ему член сувмы также вычислялся аналитически [2].

Составлена программа вычислений с двойной точностью. Решалась система сотого порядка (M=25) , при этом

$$t_{2M+1} = 11a,\; a = 1,\; u_1 = 0{,}02$$
$$K_1(y) = \alpha_0 e^{-\alpha_1(y-a)}, S_1(y) = \delta_0 e^{-\delta_1(y-a)} \tag{2}$$

В (2) из физических соображений принято $\alpha_0 = \delta_0 = 100 \cdot \alpha_1 = \delta_1 = 5$, что соответсутвует податливости раздавленного взлизи выработки пласта.

Система оказалась хорошо обусловленной. Она становится вырожденной только для упомянутого частного случая. Даже для него, положив $t_1 = 1{,}0005$ получили результаты хорошо совпадающие с точным решением. В узлах около щели, где большие напряжения, совпали целые, а по мере удаления точность увеличивалась – совпадают десятые, затем – сотые.

Здесь уместно отметить, что во всех случаях в процессе счета осуществлялась проверка условий:

$$p^0 a = \int_a^\infty f^B(t)dt\,,\ \tau^0 a = \int_a^\infty g^B(t)dt$$

Интегрирование проводилось по формуле Симпсона до узла t_{2M+1}. Совпадение таких интегральных характеристик происходило с точностью до сотых.

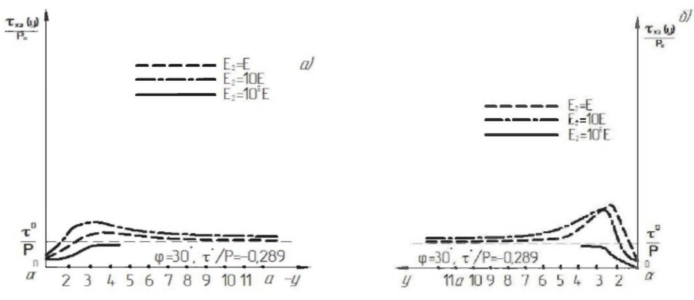
Описанная модель очистной выработки, учитывающая упруго – пластические свойства угольного пласта, посредством введения переменных коэффициенов постели Винклеровского основания, учитывающая угол наклона слоев и их разнородность дала после численной реализации такие величины опорных напряжений, которые вполне согласуются с физическими представлениями об опорном давлении и качественно совпадают с данными натурных наблюдений [3-5].

На рисунке 2 и 3 даны опоры полных нормальных и касательных контактных напряжений, полученных после численной реализации симметричной и антисимметричной задач, при угле наклона слоев $\varphi = 30^0$.

$$\nu_j = \nu_p = 0{,}25.\ E_1 = E_p = E_4 = E\,,\ E_3 = 10^5 E\,,$$

$$E_2 = E,\ 10E,\ 10^5 E\,,$$

$$h_p = a = 1\,,\ h_1 = h_2 = 20a\,.$$



а) – по восстанию; б) – по падению.

Рисунок 3 – Эпюра опорных касательных напряжений пр различной податривости пласта:

Предлагаемая модель очистной выработки, учитывающая упруго-пластические свойства пласта, угол наклона слоев и их разнородность дала после численной реализации такие величины опорных напряжений, которые вполне согласуются с физическими представленными об опорном давления. Эти методы можно целенаправленно использовать, их необходимо увязать с определенной системой разработки угольных пластов и способами подготовки шахтного поля. Некоторые выводы по выбору места заложения полевых штреков и их поддержанию с точки зрения фактора «напряженное состояние» рекомендованы к внедрению на шахтах предприятия «Карагандауголь».

Выводы. Таким образом, разработанная модель штрека, заложенного в слоистой среде, в зоне влияния очистного пространства, позволяет полностью изучить картину напряженно-деформированного состояния пород вокруг штрека вплоть до очистной выработки.

Список литературы

1 Петухов И.М., Линков А.М., и др. Защитные пласты. –М:Недра, 1972,- 422 с.

2 Борисов А.А. Механика горных пород и массивов. –М:Недра, 1980,- 360 с.

3 Айталиев Ш.М., Туебаев М.К., Адильбеков Н.А. Об одном методе расчета напряженно – деформированного состояния пластового штрека в зоне влияния очистных работ. –Изв. АНКазССР, серия физ.-мат. № 1, 1980, № 3431-7. - 52 с.

4 G. S.Shaikhova, G. N Shaikhova.Traveling wave solutions for the two-dimensional. Zakharov-Kuznetsov-Burgers equation In. Серия математика. Вестник Карагандинского университета. №4(92).2018

5 Kazhikenova S.Sh., Ramazanov M.I.,. Khairkulova A.A, Shaikhova G.S. Àpproximation of the temperatures model of inhomogeneous melts with allowance for energy dissipation. Серия математика. Вестник Карагандинского университета, №2(90).-2018.

Әділбек Н., кандидат технических наук, доцент, e-mail: adilbek40@mail.ru
Шаихова Г.С., кандидат технических наук, и.о. доцента
e-mail: shaikxova_2011mail.ru
Журов В.В., кандидат технических наук, и.о. доцента,
e-mail: zhurvitv@yandex.ru
Шегебаева Г.Е., преподаватель, e-mail: Shegebaeva.gaukhar@yandex.ru