МАТЕМАТИКА. ФИЗИКА

МРНТИ 27.41

Р.Н. Аширбекова[1]

[1]Қазақ Бас Сәулет Құрылыс Академиясы, Алматы, Қазақстан

КЕСТЕЛІК ФУНКЦИЯНЫ ТАНУ ӘДІСІ

Түйіндеме. Мақалада функцияны Фурье қатарына жуықтап жіктеу әдісі арқылы кестелік функцияны тану қарастырылады. Образдарды танудың басты міндеті – жүйелі теориялық және тәжірибелік зерттеулер негізінде жағдайдың формалистік сипаттамаларын тиімді есептеу құралдарының сәйкес топтарымен байланыстыру болып табылады. Есептердің қойылымына формальді теорияларды құру және математикалық әдістерді қолдану қиындық туғызған жағдайда әдетте бейнелерді тануға жүгінуге тура келеді. Себебі, біріншіден, пән облысына сәйкес формализация деңгейі немесе қолжетімді ақпарат мөлшері классикалық математикалық немесе физика-математикалық канондарға жауап бере алатындай және классикалық аналитикалық немесе сандық әдістер арқылы меңгеруге мүмкіндік беретін математикалық модельді синтездеу үшін негіз құра алмауы мүмкін. Екіншіден, негізінен математикалық модельді құруға болады, бірақ оның синтезі немесе оны меңгеруге кететін шығын мөлшері ұтымдылықтан басымырақ: не қолдағы бар техникалық мүмкіндіктер шегінен асып кетуі, не есепті шешуді мағынасыз етуі мүмкін.

Түйінді сөздер: бейнелер, тану, алгоритм, кесте, функция.

• • •

Аннотация. В статье рассматривается распозновение табличной функции методом приближенного разложения в ряд Фурье. Главной задачей распознования образов является построение на основе систематических теоретических и экспериментальных исследований эффективных вычислительных средств для отнесения формализованных описаний ситуаций и объектов к соответствующим классам. К постановке задачи распознования прибегают в тех случаях, когда трудно строить формальные теории и применять математические методы, что происходит обычно по двум причинам: а) уровень формализации соответствующей предметной области или доступная информация таковы, что не могут составить основу для синтеза математической модели, отвечающей классическим математическим или математико-физическим канонам; б) математическая модел в принципе может быть

построена, однако ее синтез или изучение связаны с такими затратами, что они существенно превышают выигрыш.
Ключевые слова: образы, распознавание, алгоритм, таблица, функция.

•••

Abstract. The article considers the recognition of a table function by the method of approximate Fourier expansion. The main task of pattern recognition is the construction on the basis of systematic theoretical and experimental studies of effective computational means for assigning formalized descriptions of situations and objects to the corresponding classes. The formulation of the recognition problem is resorted to when it is difficult to construct formal theories and apply mathematical methods, which usually happens for two reasons: a) the level of formalization of the relevant subject area or accessible information is such that they can not form the basis for the synthesis of a mathematical model that corresponds to classical mathematical or mathematical-physical canons; b) the mathematical model can in principle be constructed, but its synthesis or study is associated with such costs that they substantially exceed the gain.
Key words: images, recognition, algorithm, table, function.

Кіріспе. Бейнелерді тану мәселесі ұзақ уақыттан бері қолданбалы математика, сонымен қатар информатика саласындағы мамандардың қызығушылығын тудырып отыр. Бейнелерді танудың басты мәселесі ол – жүйелі теориялық және тәжірибелік зерттеулердің негізінде формальді түрде сипатталған оқиғаны және нысанды сәйкес топтарға жатқызу болып табылады. Мұндай топтарға жатқызу негізінде ол оқиға немесе нысанды сипаттау арқылы оның біріктірілген бағалауға қол жеткізу болады. Нысандарды тану жиынында берілетін эквивалентті топтар арасында сәйкестікті орнату барысында тану процедурасын автоматизациялау шешім қабылдау элементінің үрдісін автоматизациялау шарты болып табылады.

Бейнелерді танудың қалыптасуы ақпаратты өңдеу және түрлендірудің математикалық теориясының дамуына тамаша модель болады, яғни ол үрдіс барысында эвристикалық әдістер қатаң негіздеуді алады және формальді тұрақты процедуралар шеңберінде қолданыла бастайды. Бейнелерді танудың өзі мұндай теорияның жеткілікті құрылған нұсқасы болып табылады, себебі оның негізгі мақсатына қолжеткізуге мүмкіндік береді, ол мақсат – берілгендерден пайдалы ақпаратты алудың алгоритмдік құралын синтездеу және таңдау.

Есептердің қойылымына формальді теорияларды құру және математикалық әдістерді қолдану қиындық туғызған жағдайда әдетте бейнелерді тануға жүгінуге тура келеді, себебі біріншіден пән облысына сәйкес формализация деңгейі немесе қолжетімді ақпарат мөлшері классикалық математикалық немесе физика-математикалық канондарға жауап бере алатындай және классикалық аналитикалық немесе сандық әдістер арқылы меңгеруге мүмкіндік беретін математикалық модельді синтездеу үшін негіз құра алмауы мүмкін, екіншіден негізінен математикалық модельді құруға болады, бірақ оның синтезі немесе оны меңгеруге кететін шығын мөлшері ұтымдылықтан басымырақ: не қолдағы бар техникалық мүмкіндіктер шегінен асып кетуі, не есепті шешуді мағынасыз етуі мүмкін. Мұндай есептерді шешу үшін көптеген эвристикалық алгоритмдерді қажет етуі танудың «қосалқылығында» байқалды. Тану теориясының көптеген қосымшалары нашар формализацияланған салалармен – медицина, геология, әлеуметтану, химия, және т.б. байланысты болған. Аталған салаларда формальді теорияны құру және стандартты математикалық әдістерді қолдану әлі де болса қиын. Ең жақсы жағдайда кейбір интуитивті қағидаларды математикалық рәсімдей алуға және содан кейін алынған «эмпирикалық формализмді» дербес есептерді шешу үшін қолдануға ғана мүмкіншілік бар. «Шындыққа баланатын» деп аталатын есептерді немесе есептер тобын зерттегенде талқылаулар қатаң емес болып ұсынылады, бірақ мазмұны қисынды әдіспен шешіледі және соған негізделген алгоритмі болады; ал негіздеу болса есептермен тәжірибе жасағанда тікелей жүргізіледі. Осындай тәжірибелік тексерулерден өткен алгоритмдер, яғни анықталған нақты есептерді шешкенде сәтті шешім беретін алгоритмдер, математикалық негіздеуі болмаса да қолданыла береді. Бейнелерді тану теориясының дамуының екінші кезеңі нақты жағдайдағы таңдау есебін қою және шешу үшін ең жақсы алгоритмді анықтауды және жеке дара дұрыс емес алгоритм сипаттамасынан олардың қалыптасуын сипаттауға көшуді, яғни нақты есептердің сәтті шешімін беретін эвристикалық есептер үіш бірыңғай сипаттамаларды құруды табумен, анықтаумен ерекшеленді.

Зерттеу әдістері. Бейнелерді тану алгоритм модельдерін синтездеу қажеттілігі ең алдымен нақты есепті шешкенде тиімді немесе тым болмаса қолайлы процедураны таңдағанда қандай да бір жолмен алгоритмдар тобын тіркеу қажеттілігімен анықталған. Мұндай модельдерді құруға талпыныс жасау өз кезегінде бейнелерді тану алгоритмінің «математикалық» қасиеттеріне, нақтырақ айтқанда олардың қатаң негіздемелеріне қызығушылық тудырды. Бейнелерді тану алгоритм тобының сиапаттамаларын алу классикалық алгоритм анықтамасын құру есебіне ұқсас болып табылатыны анықталды.

Бейнелерді тану алгоритмдерін зерттеу қызықты теориялық нәтижелерді алуға және әртүрлі қолданбалы есептерді шешуге мүмкіншілік берді. Сонымен қатар берілген бейнелерді тану есептерін шешу әдістеріне жеке модельдерді қарастырғанда жойылмайатын елеулі жетіспеушіліктер де тән. Бұл мәселелерден өту үшін бейнелерді тану есебін шешудің алгебралық тәсілге негізделіп құрылған бейнелерді тану алгоритмінің жалпы теориясы ұсынылған болатын. Ол тиімді зерттеуді және бейнелерді тану алгоритм тобын сындарлы сипаттауды қамтамасыз етуді және де барлық бар алгоритм модельдері жатқызыла алатындай бейнелерді тану алгоритм анықтамасын енгізуді қарастырады.

Алгебралық тәсіл бастапқы эвристикалық алгоритмнің шығу тегін алгебралық операциялар көмегімен байытуды және зерттеліп отырған есептер тобын шешуді қамтамасыз ететіндей дұрыс алгоритмді алуға кепіл болатындай топты құруды қарастырады. Оның негізінде жалпыланған индуктивті анықтау тәсілімен математикалық нысандардыиндуктивті құру идеясы жатыр. Базистік алгоритмдер және тану модельдері алынады да тізбектеп жаңа алгоритмдер және модельдер алуға мүмкіндік беретіндей оларға амалдар қолданылып енгізіледі. Берілген алгоритмдер тобы қолданылған амалдарға қатысты базистік болып табылу шарттары анықталады, сонымен қатар ерікті шектелген таңдалымның барлық нысандарын дұрыс жіктейтіндей алгоритмнің табылуын қаматамасыз ететіндей қасиеттер де анықталады. Мұндай алгоритмдерді құру әдістері қалыптастырылады.

Алгебралық тәсілде кез келген тану процедурасына тән құрылымның ерекшеліктері айтарлықтай пайдаланылады. Ол кеңістікті бағалауды енгізуді, яғни бастапқы сипаттамаларға және мүмкін болатын жауаптарға қатысты аралықты қарастырады. Тану алгоритмі екі оператордың суперпозициясы ретінде қарастырылады. Бұл операторлардың біріншісі – танушысы – жауап ретінде бағалаушы деп аталатын элементтерді қалыптастырады, ал екіншісі – бағалар негізінде соңғы әрі нақты жауапты анықтайды.

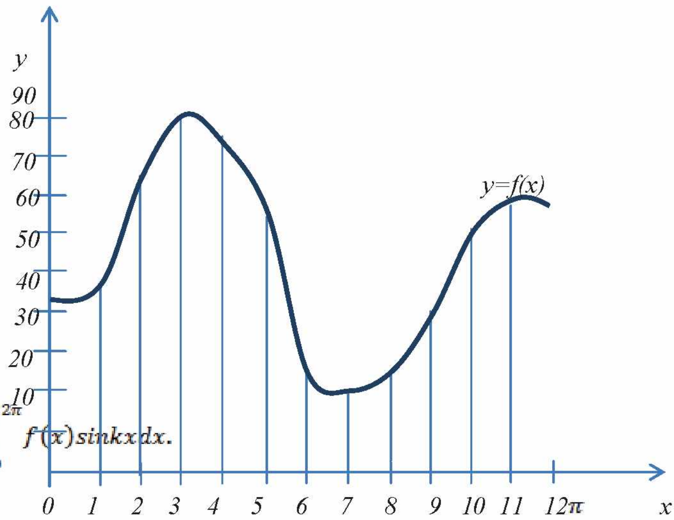
Зерттеу нәтижесі. Кез келген маман өзінің практикалық қызметінде зерттелетін нысан, үрдістер және жүйелердің әр түрлі параметрлерінің арасындағы тәуелділікті зерттеп үйренуге тура келеді. Тәуелділіктердің берілу тәсілдерінің ішіндегі ең ыңғайлысы аналитикалық тәсіл болып табылады. Бірақ практикада маман зерттелетін параметрлер арасындағы тәуелділікті тәжірибе ретінде алады. Бұл жағдайда табиғи тәжірибе қойылады, жүйеге кірген кезде параметрдің мәні өзгереді, жүйеден шыққан кезде параметрдің мәні өзгереді. Өлшемдердің нәтижесі кестеге енгізіледі. Табиғи тәжірибені жасау нәтижесінде зерттелетін параметрлер арасындағы тәуелділікті кесте түрінде аламыз, яғни кестелік функцияны аламыз. Зерттеушінің алдында тұрған мақсат – функцияға сәйкес аналитикалық өрнекті табу болып табылады, яғни кестелік функцияны тану болып табылады. Бұл мақсат үшін тригонометриялық қатарды пайдалануға болады, себебі бұл функция жуықтап және қажетті түрде дәл Фурье қатарының алғашқы мүшелерінің шекті қосынды саны ретінде өрнектеледі. Фурье функциясының коэффициентін табу ең басты мәселе болып табылады.

(0,2p) аралығында *y=f(x)* функциясы берілген болсын. функция қай тәсілмен берілген болса да оның графигі бізге белгілі болсын. Сонымен қатар егер қажет болса онда *Оху* координаталар жүйесін *Ох* осінен жоғары және оған жақын орналасатындай етіп параллель көшіру қажет (1-сурет). Ол Фурье қатарына жіктелуіндегі бос мүшеге ғана әсер етеді, сонымен бірге теріс және өте үлкен оң табалы функция мәндерінен құтылуға мүмкіншілік береді.

Функцияны Фурье көпмүшелігі түріндегі жуықтап көрсету үшін Фурьенің алғашқы коэффициенттерін іздеп табу қажет

$$a_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)coskxdx,$$

$$b_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)sinkxdx.$$



1-сурет

Есепті шешудің алгоритмін келтірейік:

1. $(0,2\pi)$ аралығында $y = f(x)$ функциясы беріледі.

2. $(0,2\pi)$ аралығы $x_0 = 0, x_1, x_2, \dots,\ x_n = 2\pi$ нүктелері арқылы бірдей *n* бөлікке бөлінеді, $x_i = i\frac{2\pi}{n}, \Delta x = \frac{2\pi}{n}$.

3. (x_i, y_i) параметрлерінің мәні енгізіледі.

4. a_k, b_k коэффициенттерінің мәні есептеледі:

$$a_k \approx \frac{2}{n}\sum_{i=0}^{n-1} y_i \cos kx_i,$$

$$b_k \approx \frac{2}{n}\sum_{i=0}^{n-1} y_i \sin kx_i,$$

мұндағы $y_i = f(x_i)$.

5. Функцияның тригонометриялық көпмүшелік түріндегі жуық өрнегін аламыз:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{n-1}(a_k \cos kx_i + b_k \sin kx_i) \quad .$$

$\cos kx_i$ және $\sin kx_i$ көбейткіштерінің ерекшеліктерін ескере отырып, *n* мәнін әдетте 12-ге немесе 24-ке тең етіп алады. Біз мұнда *n=12* деп алайық.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y_i	44	46	76	88	86	63	24	20	26	40	58	65

a_k, b_k коэффициенттерінің мәні есептейміз.
cos 0=1 болғандықтан

$$a_0 = \frac{2}{n}\sum_{i=0}^{n-1} y_i = \frac{1}{6}(44 + 46 + 76 + 88 + 86 + 63 + 24 + 20 + 26 +$$

$$40 + 58 + 65) = \frac{636}{6} = 106,$$

$$a_1 = \frac{2}{n}\sum_{i=0}^{n-1} y_i \cos x_i = \frac{1}{6}(44*1 + 46*\frac{\sqrt{3}}{2} + 76*\frac{1}{2} + 88*0 -$$

$$-86*\frac{1}{2} - 63*\frac{\sqrt{3}}{2} - 24*1 - 20*\frac{\sqrt{3}}{2} - 26*\frac{1}{2} + 40*0 +$$

$$+58*\frac{1}{2} + 65*\frac{\sqrt{3}}{2}) = \frac{45{,}4}{6} = 7{,}6,$$

$$b_1 = \frac{2}{n}\sum_{i=0}^{n-1} y_i \sin x_i = \frac{1}{6}(46*\frac{1}{2} + 76*\frac{\sqrt{3}}{2} + 88*1 + 86*\frac{\sqrt{3}}{2} +$$

$$+63*\frac{1}{2} + 24*0 - 20*\frac{1}{2} - 26*\frac{\sqrt{3}}{2} - 40*1 - 58*\frac{\sqrt{3}}{2} + 65*\frac{1}{2}) == \frac{128{,}4}{6}$$
$$= 21{,}4,$$

$$a_2 = \frac{2}{n}\sum_{i=0}^{n-1} y_i \cos 2x_i = \frac{1}{6}(44*1 + 46*\frac{1}{2} - 76*\frac{1}{2} - 88*1 -$$

$$-86*\frac{1}{2} + 63*\frac{1}{2} + 24*1 + 20*\frac{1}{2} - 26*\frac{1}{2} - 40*1 -$$

$$-58*\frac{1}{2} + 65*\frac{1}{2}) = -\frac{86}{6} = -14{,}3,$$

$$b_2 = \frac{2}{n}\sum_{i=0}^{n-1} y_i \sin 2x_i = \frac{1}{6}(46*\frac{\sqrt{3}}{2} + 76*\frac{\sqrt{3}}{2} - 86*\frac{\sqrt{3}}{2} - 63*\frac{\sqrt{3}}{2} +$$

$$+20*\frac{\sqrt{3}}{2} + 26*\frac{\sqrt{3}}{2} - 58*\frac{\sqrt{3}}{2} - 65*\frac{\sqrt{3}}{2}) = -\frac{90{,}48}{6} = -15{,}08.$$

Сонымен, екінші ретті тригонометриялық көпмүшелік түріндегі функцияның жуық мәні алынады.

$$f(x) = 53 + (7{,}6\cos x + 21{,}4\sin x) - (14{,}3\cos x + 15{,}08\sin x).$$

Қорытынды. Тану методологиясы информатикада екі сипаттама ретінде қолданылады:

- біріншіден, классикалық мағынадағы тану есептерін шешу үшін тікелей мағынасында;

- екіншіден, нашар анықталған есептерді нақты зерттеу құралы ретінде.

Соңғы жағдайда бұл методология келесі түрде жүзеге асырылады. Мысалы, физикалық немесе имитациялық тәжірибе нәтижесінде алынған қандай да бір берілгендер бар болсын. Бұл берілгендер қандай да бір шектелген мағынада зерттелетін нысанды немесе оқиғаны сипаттайды; қолымызда бар ақпарат қандай заңдылықты бейнелейтінін білу үшін оларды жинақтау қажет. Ол үшін қандай да бір қарапайым болжам жасалады, оған математикалық келбет беріледі де, бар ақпаратты соның көмегімен «түсіндіруге» тырысады. Эвристика қатарын тізбектеп пайдалану модельді табуға мүмкіндік береді. Қарсы жағдайда тиімді эвристикалық қағиданы - модельді іздеуге көшеді. Егер сәйкестендірілетін қағиданың жоқ екені анықталса немесе оны практикалық түрде мүлдем қолдануға болмаса, онда «федеративті» қағиданы ерекшелеп көрсетуді қамтамасыз ететін қандай да бір қағидалар конгломератын құру қажет; дәл осы жоғарғы деңгей алгебралық тәсіл мақсаты және мүмкіндіктеріне сәйкес болады.

Әдебиеттер тізімі

1. Распознавание, классификация, прогноз. Математические методы и их применение. – М.:Наука, 1989г. -305с.

2. Горелик А.Л., Гуревич И.Б., Скрипкин В.А. Современное состояние проблемы распознавания. – М.:Наука, 1985г. -247с.

3. Әшірбаев Н.Қ, Әшірбаев Қ.А, Әлібекова Ж.Д, Қаратаев Ж. «Математикалық талдау». «Қатарлар теориясы». – Шымкент: ОҚМУ, 2010 – 252 б.

4. Айдос Е. «Жоғары математика». Т.2. – Алматы: «Бастау» 2008 – 544 б.