АВТОМАТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

МРНТИ 50.47.02

Р. Ч. Осмонова

Национальная академия наук Кыргызской Республики,
г. Бишкек, Кыргызстан

К ПОСТРОЕНИЮ ДИНАМИЧЕСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

Аннотация. Рассматривается проблема идентификации импульсной переходной функции (ИПФ) стационарного объекта с использованием дискретных данных «вход – выход». Разработан алгоритм построения ИПФ, основанный на использовании концепции настраиваемой модели и некоторого математического условия, выполнение которого гарантированным образом обеспечивает цель идентификации. Исследования показали, что данное условие по существу является новым критерием для идентификации динамических систем. Предложенный алгоритм позволяет решать задачи идентификации моделей управляемых объектов, ориентированных на синтез регуляторов систем автоматического управления. В целях иллюстрации процедуры идентификации рассматривается пример параметрического синтеза ИПФ одномерного объекта управления, результаты которого показывают ее достаточную эффективность.
Ключевые слова: объект управления, математическая модель, импульсная переходная функция, переходный процесс, контур самонастройки параметров, алгоритм идентификации

Түйіндеме. «Кіру-шығу» дискреттік берілгендерін қолдана отырып стационарлы нысанның импульсті өтпелі функциясын (ИӨФ) идентификациялау проблемасы қарастырылады. Күйіне келтірілетін модел концепциясы мен әлдебір математикалық шартты пайдалануға негізделген ИӨФ тұрғызу алгоритмі жасалған, оның орындалуы идентификациялау мақсатын кепілдікпен қамтамасыз етеді. Зерттеу нәтижелері бұл шарттың динамикалық жүйе-

лерді идентификациялау үшін жаңа критерий болып табылатындығын көрсетті. Ұсынылған алгоритм автоматты басқару жүйелерінің реттегіштерін синтездеуге бағытталған басқарылатын нысандардың моделдерін идентификациялау есептерін шешуге мүмкіндік береді. Идентификациялау процедурасын суреттеу мақсатында бір өлшемді басқару нысанының ИӨФ параметрлік синтезі мысалы қарастырылады, нәтижелер оның айтарлықтай тиімді екендігін көрсетеді.
Түйінді сөздер: басқару нысаны, математикалық модель, импульсті өтпелі функция, өтпелі процесс, параметрлерді өзіндік күйге келтірілетін контур, идентификациялау алгоритмі.

Abstract. It is considered the problem of impulse transitional function (ITF) of the stationary object with the use of discrete data «input-output». It is developed the algorithm for constructing the ITF, which is based on the use of concept of configurable model and some mathematical terms and some mathematical condition, which implementation guarantee the providing of the purpose of identification. The studies showed that this condition is essentially new criterion for the identification of dynamic systems. The proposed algorithm allows solving the problem of identification of models of controlled objects, focused on synthesis of regulators of autonomic control systems. In order to illustrate the procedure of identification it is considered the example of parametric synthesis of ITF of one-dimensional object of management, which results show its sufficient efficiency.
Key words: object of management, mathematical model, impulse transitional function, transition process, circuit of self-turning parameters, identification algorithm.

Введение. Идентификация динамических систем и процессов является составной частью математического моделирования. Ее результаты широко используются в различных областях науки, техники и экономики, в частности в системах автоматического управления (САУ) [1], обработки данных и фильтрации сигналов [2,3]. К настоящему времени в достаточной степени разработаны методы и алгоритмы параметрической идентификации, такие как классические методы [1,4], градиентные алгоритмы [4], стохастическая аппроксимация, метод максимального правдоподобия [2] и спектральные методы [5]. Современные исследования в рамках теории идентификации в основном направлены на развитие существующих методов параметрической идентификации [6-8], разработку новых подходов к структурнопараметрической идентификации [9-11], совершенствование численных алгоритмов [12,13], в частности, нелинейной многомерной оптимизации [14]. При этом большое внимание уделяется также вопросам, связанным с поиском новых критериев идентификации [15] и адекватностью математических моделей [6-8,16], а также с обеспечением сходимости итерационных процедур [17,18] и выбором начальных условий [2,6]. Общим для всех указанных выше методов является то, что оценка качества идентификации осуществляется критериальными функциями, названными штрафными (метода наименьших квадратов, максимального правдоподобия и др.). Реализация процедур синтеза параметров искомых моделей объектов осуществляется путем минимизации штрафных функций на основе различных численных методов. В общем случае решение задач идентификации моделей динамических объектов приводит к определенным трудностям, что связано с необходимостью установления условий сходимости итерационных процедур [17,18] и выбора начальных условий [6]. При использовании для идентификации методов оптимального управления [2], например, дискретного принципа максимума, возникают вычислительные сложности, обусловленные решением краевых задач [19].

Цель работы – краткое описание нового подхода к решению задач параметрической идентификации динамических систем на основе полученного авторами критериального условия [15], позволяющего в определенной степени преодолеть указанные выше трудности при практическом применении известных методов параметрической идентификации. Иллюстрация методики идентификации на основе этого подхода на примере синтеза импульсной переходной функции (ИПФ) одномерного объекта с использованием данных «вход – выход».

Постановка задачи. Рассмотрим одномерный объект, модель которого неизвестна. Пусть на его выходе в равноотстоящие моменты времени $t_k = k\Delta t$ с шагом Δt получены значения переходного процесса $y^*(t)$ на единичное ступенчатое входное воздействие $u(t) = 1(t)$:

$$y^*(t_k) = y^*_k, \quad k = \overline{0, N}, \tag{1}$$

где $(N+1)$ – количество дискретных точек.

Требуется по данным (1) построить импульсную переходную функцию W_1 (t) объекта. Модель неизвестного управляемого объекта представим в следующей параметрической форме:

$$y(t) = c_0 + \sum_{i=1}^{n} c_i \varphi_i(t), \tag{2}$$

где функции $$\varphi_i(t) = e^{\alpha_i t}, \quad i = \overline{1, n}; \tag{3}$$

$c_i \alpha_i$, – неизвестные пока параметры, составляющие $\mu = 2n$-мерный вектор $p = [p_1, p_2, \ldots p_\mu] = [c_1, c_2, \ldots c_n, \alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n]$; $c_0 = y^*(N\Delta t)$ – установившееся значение переходного процесса.

Задание модели объекта в параметрическом виде (2) позволяет определить выражение для импульсной переходной функции (ИПФ) в явной форме [4]:

$$w_1(t) = \dot{y}_1(t) = \sum_{i=1}^{n} k_i \varphi_i(t), \tag{4}$$

где $k_i = c_i \alpha_i$.

Проведем дискретизацию параметрической функции $y(t)$:

$$y_k = y(k\Delta t) = c_0 + \sum_{i=1}^{n} c_i \varphi_i(k\Delta t), \quad k = \overline{0, N}, \tag{5}$$

где $\varphi_i(k) = e^{a_i k \Delta t}$.

Для краткости записи в дальнейшем шаг дискретизации $\Delta t = const$ будем опускать. Введем $(N+1)$-мерные векторы:

$$\bar{y} = [y_0, y_1, \ldots, y_N]^T,$$
$$\bar{y}^* = [y_0^*, y_1^*, \ldots, y_N^*]^T,$$

где T – знак транспонирования.

В каждый дискретный момент времени $t=t_k$ между соответствующими значениями рядов (1) и (5) существуют невязки (ошибки идентификации):

$$e_k = e(k) = y_k - y_k^*, \quad k = \overline{0,N}. \tag{6}$$

Тогда вектор ошибки идентификации

$$e = \bar{y} - \bar{y}^* = [e_0, e_1, \ldots, e_N]^T .$$

Меру близости процессов ‾ и ‾ можно оценить на основе штрафной функции:

$$E = \|e\|^2 , \tag{7}$$

где $\|e\|$ – некоторая норма вектора e.

Проблема параметрической идентификации объекта состоит в определении такого вектора-параметра $p=p^*=[c_1^*, c_2^*, \ldots, c_n^*, a_1^*, a_2^*, \ldots, a_n^*]$, обеспечивающего минимум штрафной функции $E=E(p)$:

$$\min_{p \in R^m} E(p) = E(p^*) , \tag{8}$$

где R^m – m-мерное вещественное арифметическое пространство.

Метод решения задачи. Для решения сформулированной задачи идентификации будем использовать методику, разработанную в [15]. Ее суть кратко заключается в следующем. В процессе идентификации, т. е. поиска экстремума штрафной функции $E(p)$ вектор-параметр p изменяется во времени $t(p=p(t))$, следовательно, варьируется и значение функции $E(p)$, т. е. $E=E(t)=E[p(t)]$.

В рассмотрение вводится функция

$$J_1(t) = \int_{t_0}^{t} E(t)\dot{E}(t)\,dt . \tag{9}$$

При этом справедлива следующая теорема [15].

Теорема. Пусть $E(t_0) \neq 0$. Тогда, если для каждого t и $t_0<t$ выполняется соотношение

$$\int_{t_0}^{t} E(t)\dot{E}(t)\,dt < 0, \tag{10}$$

то штрафная функция $E(t)$ убывает во времени и

$$\lim_{t \to \infty} E(t) = E(p^*). \tag{11}$$

Таким образом, соотношение (10) можно рассматривать как критериальное условие, гарантирующее сходимость итерационной процедуры при решении экстремальной задачи (8). В результате проблема идентификации сводится к задаче поддержания соотношения (10). При этом управление процессом идентификации можно осуществить по схеме настраиваемой модели (рис. 1).

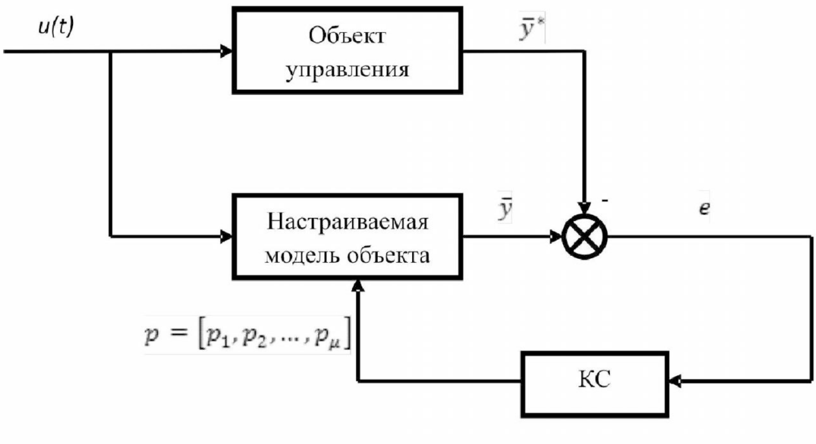

Рис.1. Схема настраиваемой модели

Здесь обозначения имеют следующий смысл: $\bar{y}^*, \bar{y}$ – $(N+1)$-мерные векторы: $\bar{y}^* = [y_0^*, y_1^*, \dots, y_N^*]^T$, $\bar{y} = [y_0, y_1, \dots, y_N]^T$, $e = \bar{y} - \bar{y}^*$; ÊÑ – контур самонастройки, который выполняет функцию поддержания критериального соотношения (10), обеспечивая целенаправленное изменение элементов вектор – параметра $p=[c_1, c_2, ..., c_n, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n]$ в желаемом направлении. Для оценки качества идентификации, в частности, можно использовать штрафную функцию

$$E = E(p) = \sum_{k=0}^{N} e_k^2, \qquad (12)$$

которая определяет суммарную квадратическую ошибку.

Основные результаты. На основе критериального условия (10) получен алгоритм функционирования уравнения контура самонастройки (КС), описываемый следующими дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{c}_i(t) &= \gamma_i \beta_i(t) E_1(t), \\ \dot{\alpha}_i(t) &= \xi_i s_i(t) E_1(t), \quad i=\overline{1,n}, \end{aligned} \qquad (13)$$

где γ_i, ξ_i – отрицательные числа;

$\beta_i(t)$, $s_i(t)$ – функции, определяемые по формулам:

$$\beta_i(t) = 2\sum_{k=0}^{N} e_k(t) \varphi_i(k),$$

$$s_i(t) = 2\sum_{k=0}^{N} e_k(t) d_i(k), \quad i=\overline{1,n}.$$

Нетрудно показать, что установившиеся решения c_i^*, $\alpha_i^*(i=\overline{1,n})$ системы уравнений (13):

$$\begin{aligned} \lim_{t\to\infty} c_i(t) &= c_i^*, \\ \lim_{t\to\infty} \alpha_i(t) &= \alpha_i^*, \quad i=\overline{1,n} \end{aligned} \qquad (14)$$

являются оценками искомых элементов вектор – параметра p^*, т. е. $p=p^*=[c_1^*, c_2^*, ..., c_n^* \ \alpha_1^*, \alpha_2^*, ..., a_n^*]$.

Таким образом, в результате идентификации искомая импульсная переходная функция (ИПФ) объекта с учетом (4) имеет вид:

$$w_1(t) = \sum_{i=1}^{n} k_i^* \varphi_i(t)\,, \tag{15}$$

где $k_i^* = c_i^* \alpha_i^*$.

В целях иллюстрации применения предложенной процедуры идентификации ИПФ рассмотрим следующий пример.

Пусть на выходе объекта с дискретным шагом $\Delta t = 0,75\ c.$ получены экспериментальные данные переходного процесса $y(t)$ при $N=6$, которые представлены в табл. I.

Таблица I

Экспериментальные данные переходного процесса

k	0	1	2	3	4	5	6
$k\Delta t$, с	0	0.75	1.5	2.25	3.0	3.75	4.5
$y_k^*(k)$	0	0.75	1.03	1.15	1.2	1.23	1.24

Непрерывная модель неизвестного объекта представляется в форме (2):

$$y(t) = c_0 + c_1\varphi_1(t) + c_2\varphi_2(t), \tag{16}$$

где $n = 2$;

$c_0 = 1,25$;

$$\varphi_i(t) = e^{\alpha_i t}, \quad i = 1,2.$$

При этом вектор–параметр выбранной модели $p = [p_1, p_2, p_3, p_4] = [c_1, c_2, a_1, a_2]$.

Вначале выполним дискретизацию непрерывной функции $y(t)$ в точках $t_k = k\Delta t$):

$$y_k = y(k) = \sum_{i=0}^{2} c_i \varphi_i(k) - y_k^*\,, \quad k = \overline{0,6}\,, \tag{17}$$

где $\varphi_i(k) = e^{\alpha_i k \Delta t}, \quad i = \overline{0,2}$.

Далее определяем невязки:

$$e_k = y_k - y_k^* = \sum_{i=0}^{2} c_i \varphi_i(k) - y_k^*, \quad k = \overline{0,6},$$

и штрафную функцию:

$$E_1(t) = \sum_{k=0}^{6} e_k^2(t). \tag{18}$$

Функции и $\beta_i(t)$ и $s_i(t)$ имеют вид:

$$\beta_i(t) = 2\sum_{k=0}^{6} e_k(t)\varphi_i(k),$$

$$s_i(t) = 2\sum_{k=0}^{6} e_k(t) d_i(k), \quad i=1,2 \tag{19}$$

где $\varphi_i(k) = e^{\alpha_i k \Delta t}$;

$d_i(k) = k\Delta t c_i \varphi_i(k)$.

Уравнения контура самонастройки (КС) параметров модели запишутся в виде:

$$\begin{aligned} \dot{c}_1(t) &= \gamma_1 \beta_1 E_1(t), \\ \dot{c}_2(t) &= \gamma_2 \beta_2 E_1(t), \\ \dot{\alpha}_1(t) &= \xi_1 s_1 E_1(t), \\ \dot{\alpha}_2(t) &= \xi_2 s_2 E_1(t). \end{aligned} \tag{20}$$

Для решения системы (20) использован программный комплекс Matlab при следующих значениях параметров:

$$\gamma_1 = -150,\ \gamma_2 = -200,\ \xi_1 = -500,\ \xi_2 = -800$$

и начальных условиях:

$$c_1(t_0) = -0.8,\ c_2(t_0) = -0.5,$$
$$\alpha_1(t_0) = -0.8,\ \alpha_2(t_0) = -1.7,$$

где $t_0 = 0$.

Динамика самонастройки компонентов вектора $p=[c_1, c_2, \alpha_1, \alpha_2]$ в процессе идентификации показана на рис. 2-5.

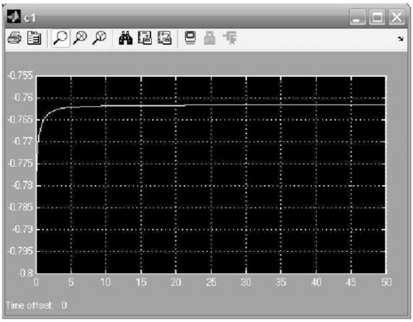

Рис. 2. Динамика параметра c_1

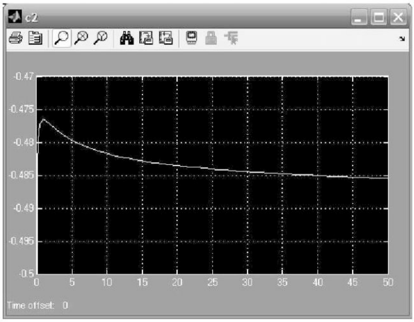

Рис. 3. Динамика параметра c_2

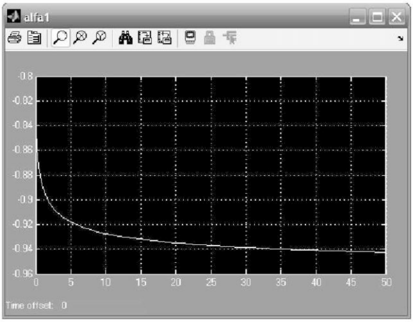

Рис. 4. Динамика параметра a_1

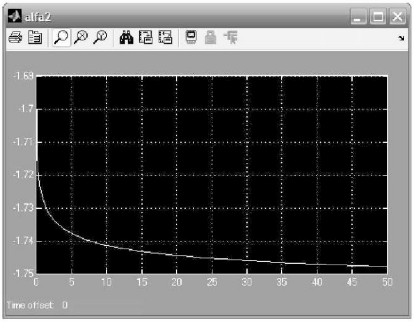

Рис. 5. Динамика параметра a_2

Как видно из графиков, установившиеся решения системы (13):

$$c_1^* = -0.762, \quad c_2^* = -0.487,$$
$$\alpha_1^* = -0.949, \quad \alpha_2^* = -1.748$$

составляют искомый вектор-параметр

$$p^* = [c_1^*, c_2^*, \alpha_1^*, \alpha_2^*] = [-0.762,\ -0.487,\ -0.949,\ -1.748].$$

Для оценки качества идентификации в табл. 2 приведены исходные экспериментальные данные из табл.I и результаты, полученные в конце процедуры построения модели объекта.

Таблица 2

Результаты построения модели объекта

k	0	1	2	3	4	5	6
$k\Delta t$, с	0	0.75	1.5	2.25	3.0	3.75	4.5
y_k^*	0	0.75	1.03	1.15	1.2	1.23	1.24
y_k	0	0.745	1.032	1.151	1.202	1.227	1.239
e_k	0	-0.005	0.002	0.001	0.002	-0.003	-0.001

Переходный процесс $y(t)$ на выходе объекта и динамика штрафной функции показаны соответственно на рис. 6 и 7.

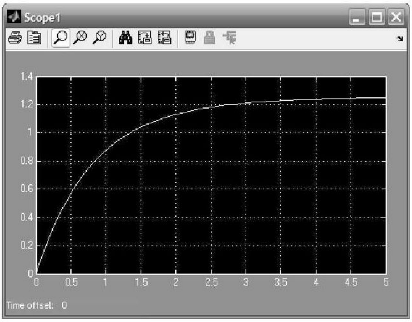

Рис. 6. Переходный процесс $y(t)$

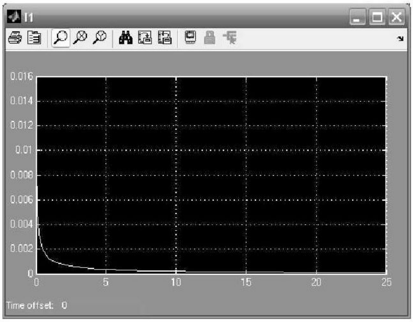

Рис. 7. Динамика штрафной функции $E_1(t)$

Выводы. Анализ полученных результатов показывает, что предложенный подход к параметрической идентификации динамических объектов на основе критериального условия (10) дает возможность выполнить достаточно эффективные процедуры построения моделей объектов, ориентированных для решения практических задач автоматизации технических объектов и технологических процессов в различных отраслях экономики (в промышленности, энергетике, водном хозяйстве и др.). Подход позволяет выполнять обобщение случаев идентификации стационарных объектов, описываемых дифференциальными уравнениями и передаточными функциями, в том числе многомерных динамических систем.

Список литературы

1 Методы классической и современной теории автоматического управления. В 5 томах. Т. 2: Статическая динамика и идентификация систем автоматического управления / Под ред. К.А.Пупкова, Н.Д.Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2004. – 646 с.

2 *Сейдж Э.П., Мелс Дж.Л.* Идентификация систем управления. – М.: Наука, 1974. – 248 с.

3 *Sierociuk D., Dzelinski A.* Fractional Kalman Filter algorithm for states, parameters and order of Fractional system estimation // International Journal of Applied Mathematics and Computer Science. – 2006. – Vol. 16. – P. 129-140.

4 *Дилигенская А.Н.* Идентификация объектов управления: учеб.пособие. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2009. – 136 с.

5 *Солодовников В.В., Дмитриев А.Н., Егупов Н.Д.* Спектральные методы расчета и проектирования систем управления. – М.: Машиностроение, 1986. – 440 с.

6 *Зотеев В.Е.* Параметрическая идентификация диссипативных механических систем на основе разностных уравнений. – М.: Машиностроение, 2009. – 344 с.

7 *Овсиенко А.С.* Идентификация параметров процесса аномальной диффузии на основе разностных уравнений // Вычислительные технологии. – 2013. – Т. 18, № 1. – С. 65-73.

8 *Dzelinski A., Sierociuk D., Sarwas G.* et al. Identification of Fractional-Order Systems: A Frequency Domain Approach // Acta Montanistica Slovaca. – 2011. – Vol. Rocnik 16. – 1997. – No 1. – P. 26-33.

9 *Гинсберг К.С.* Концепция научного проектирования инженерного моделирования для слабо изученных объектов управ-

ления: новый подход к проблемам структурной идентификации: тр. IX Междунар. конф. // Идентификация систем и задачи управления SICPRO '12. – М.: ИПУ РАН, 2012. – С. 802-828.

10 *Грачев А.Н., Понятский В.М., Во Конг Ту.* Структурная и параметрическая идентификация линейных динамических объектов корреляционными методами // ВСПУ: XII Всерос. совещ. по проблемам управления. – М.: 2014. С. 2926-2935.

11 *Nazarian P., Naeri M.* Identification of Fractional Order Model Structures Using Conversion of Infinite Terms of a Response to Finite Terms // ELECO 2011 7th International Conference on Electrical and Electronics Engineering, Bursa. Turkey, 2011. – P. 370-374.

12 *Шарый С.П.* Курс вычислительных методов. – Новосибирск: Ин-т. вычислит. технологий. СО РАН. – М., 2012. – 402 с.

13 *Петухов А.А., Ревизников Д.Н.* Алгоритмы численного решения дробно-дифференциальных уравнений // Вестник МАИ. – 2009. – Т. 16, № 6. – С. 228-234.

14 *Dorcak L., Gonzalez E.A., Terpak J.* et al. Identification of Fractional-Order Dynamical Systems Based on Nonlinear Function Optimization // International Journal of Pure and Applied Mathematics. 2013. – Vol. 89, No 2. – P. 225-250.

15 *Оморов Т.Т., Курманалиева Р.Н., Осмонова Р.Ч.* К проблеме идентификации модели управляемой системы по экспериментальным данным // URL: Universum: технические науки. – 2015. – № 6.

16 *Gonzalez E.A., Dorcak L., Valsa J.* et al. Modeling and Identification of Fractional-Order Dynamical System // Proceedings of the 11th International Multidisciplinary GeoConference at the Albena Resort in Bulgaria. – 2011. – Vol. 2. – P. 553-560.

17 *Зотеев В.Е., Романюк В.А.* Параметрическая идентификация математических моделей в форме дробно-рациональных зависимостей на основе разностных уравнений // Вестник Самар. гос.техн.ун-та. Физ.мат.науки. – 2012. – № 3 (28). – С. 102-113.

18 *Овсиенко А.С., Зотеев В.Е.* Достаточное условие сходимости итерационной процедуры среднеквадратичного оценива-

ния коэффициентов стохастического разностного уравнения // Актуальные проблемы современной науки: тр. 4-го Междунар. форума. Ч. 1-3. – Самара, 2008. – С. 114-120.

19 *Табак Д., Куо Б.* Оптимальное управление и математическое программирование. – М.: Наука, 1975. – 280 с.

Осмонова Рима Чынарбековна*, научный сотрудник*
e-mail: r.osmonova@mail.ru