*МРНТИ* 53.03.05

УДК 669.046.512:544

**А. М. Турдукожаева**, д.т.н., **В. П. Малышев**, д.т.н., **Т. Сулейменов\***, д.х.н., **А. Ш. Кажикенова\*\***, к.т.н

Химико-металлургический институт им. Ж. Абишева Евразийский национальный университет им. Л. Н. Гумилева\* Карагандинский государственный университет им. Е. А. Букетова\*\*

## СОГЛАСОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ И КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ И ПЛОТНОСТИ ОЛОВА НА ОСНОВЕ КЛАСТЕРНО-АССОЦИАТНОЙ МОДЕЛИ

На основе концепции хаотизированных частиц приведены кластерноассоциатные модели температурной зависимости динамической вязкости, плотности и кинематической вязкости жидкости, имеющие единую форму. Для вязкости степень влияния температуры связывается со степенью ассоциации кластеров, состоящих из кристаллоподвижных частиц, а для плотности — еще и с дополнительным присутствием одиночных (свободных) жидкоподвижных и пароподвижных частиц. Возможность использования новых моделей и их согласования показана на примере жидкого олова. Высокая адекватность предложенных кластерно-ассоциатных моделей 3-х характеристик имеющимся справочным данным позволяет экстраполировать их поведение при высоких температурах вплоть до температуры кипения.

**Ключевые слова:** кластерно-ассоциатная модель, вязкость, плотность, расплав, олово.

Бейберекеттенген бөлшектер тұжырымдамасы негізінде бірегей формалы, динамикалық тұтқырлықтың, тығыздықтың және сұйықтың кинематикалық тұтқырлығының температураға тәуелділіктерінің кластерлі-ассоци-

атты үлгісі келтірілген. Тұтқырлық үшін температура ықпалының дәрежесі кристаллқозғалысты бөлшектерден тұратын, кластерлер ассоциаттарының дәрежесімен, ал тығыздық үшін-тағы және сұйыққозғалысты және буқозғалысты және буқозғалысты жалғыз (еркіндіктегі) бөлшектердің қосымша болуымен байланыстырылады. Жаңа үлгілерді пайдаланудың және оларды келістірудің мүмкіндігі сұйық қалайы мысалында көрсетілген. Үш сипаттаманың ұсынылып отырған кластерлі-асоциаттық үлгілерінің жоғары дәлдігі, бар анықтамалық мәліметтермен, олардың іс-қимылын қайнау температурасына дейін жоғары температураларда экстраполяциялауға мүмкіндік береді.

**Туйінді сөздер:** кластерлі-ассоциатты үлгі, тұтқырлық, тығыздық, балқыма, қалайы.

Based on the concept of randomized particles cluster and associate models of the temperature dependence of the dynamic viscosity, density and kinematic viscosity of the fluid which have a single form are shown. For the viscosity the degree of influence of temperature linked with the degree of association of the clusters consisting of crystal-mobile particles, and for the density – also with the additional presence of single (free) liquid-mobile and vapor-mobile particles. The ability of new models usage and their coordination are shown on the example of liquid tin. The high adequacy of the proposed cluster and associate models of the three characteristics, available reference data allows us to extrapolate their behavior at high temperatures up to the boiling point.

Key words: cluster and associate model, viscosity, density, melt, tin.

Разработанная авторами кластерно-ассоциатная модель динамической вязкости основана на распределении Больцмана по кинетической составляющей энергии системы [1, 2]. Согласно концепции хаотизированных частиц вязкое течение рассматривается как разрушение кластерных ассоциатов путем преодоления сил ван-дер-ваальсового притяжения между кластерами, что в принципе не противоречит существующим представлениям о вязком течении как преодолении тех же сил внутреннего трения, но без ограничений по соблюдению по-

слойного ламинарного движения жидкости. В новой модели предложено выражение для динамической вязкости

$$\eta = \eta_1 (T_1/T)^{a_2(T_2/T)^b},$$
(1)

где  $\eta_{_1}$  – надежно определенное реперное значение вязкости при температуре  $T_{_4}$ ;

 $a_{\rm 2}$  — степень ассоциации кластеров с использованием второго реперного значения  $T_{\rm 2}$ ,

$$a_2 = \frac{\ln\left(\eta_2/\eta_1\right)}{\ln\left(T_1/T_2\right)}$$

b – мера понижения степени ассоциации кластеров.

При этом для определения показателя b необходимо выбрать третью реперную точку вязкости

$$b = \frac{\ln\left(a_3/a_2\right)}{\ln\left(T_2/T_3\right)}$$

По этому же принципу разработаны кластерно-ассоциатные модели кинематической вязкости и плотности в единой форме, что позволяет согласовать все эти 3 характеристики: динамическую и кинематическую вязкости и плотность. Формы зависимостей для плотности (кг/м³):

$$\rho = \rho_1 (T_1/T)^{a_2(T_2/T)^b}$$
 (2)

и кинематической вязкости (м²/c):

$$v = v_1 (T_1/T)^{a_2 (T_2/T)^{b}}$$
 (3)

где  $\rho_{_{1}}$ ,  $v_{_{1}}$  – реперные (экспериментальные) значения плотности и кинематической вязкости при температуре  $T_{_{1}}$ .

Проиллюстрируем применимость кластерно-ассоциатных моделей  $\eta$ , v и  $\rho$ , а также их согласованность на примере олова, одного из металлов, используемого в полупроводниковой технике. Для олова в [3] со ссылкой на [4] приводится уравнение с целью описания динамической вязкости жидкого металла до 1673 К:

$$\eta = 0.3642 \exp(826.5/T) \tag{4}$$

где  $\eta$  – в 10<sup>2</sup> г/(см·с); T – в K.

В справочнике [5] приводится сводка значений динамической вязкости жидкого олова при различных температурах, из которых выбрали реперные точки:

 $T_{_1}$  = 573 K,  $\eta_{_1}$  = 1,54 мПа·с;  $T_{_2}$  = 973 K,  $\eta_{_2}$  = 0,95 мПа·с;  $T_{_3}$  = 1473 K,  $\eta_{_3}$  = 0,76 мПа·с и по ним получили зависимость:

$$\eta = 1,54(573/T)^{0,91233(973/T)^{0,47899}}$$
, мПа·с. (5)

Точки плавления и кипения: по [3] - 505 и 2543 К, по [5] - 505 и 2543 К, по [6] - 505,08 и 2875 К (на 332 К выше, чем в [3] и [5]).

Сравнение данных по вязкости приведено ниже (табл. 1).

Данные [4] по уравнению (4) заметно отличаются от справочных, с регулярным занижением после температуры плавления, что фиксируется пониженным коэффициентом корреляции  $R=0.95250,\ t_R=33>2.$  Напротив, расчет по (5) дает почти идеальную сходимость со справочными значениями при R=0.99976 и  $t_p=6568>>2.$ 

Таким образом, полученная кластерно-ассоциатная модель динамической вязкости для жидкого олова позволяет использовать ее в полном диапазоне жидкого состояния от точки плавления до кипения. Невысокие значения степени ассоциации кластеров у олова свидетельствуют о доминирующем метал-

лическом характере связи частиц в ее жидком состоянии, что вообще характерно для  $\mathit{sp}$ -металлов.

Динамическая вязкость жидкого олова по [5], (4) и (5)

Таблица 1

 $\eta$  (5),  $\eta$  [5],  $\eta$  (4),  $|\eta$  (5),  $\eta$  [5],  $\eta$  (4), *T.* K *T*, K а aмПа·с мПа·с мПа·с мПа·с мПа·с мПа·с  $T_m = 505,08 1,81$ 1,87 1,80 1,25 1123 0.76 0.85 0.86 0.87 573 1.54 1.54 1.54 1.18 1173 0.84 0.74 0.85 0.83 1,29 673 1,30 1,24 1,09 1273 0.80 0.70 0.81 0.80 1,14 1,02 773 1,14 1,06 1473 0,76 0,64 0.76 0.75 873 1,04 0,94 1,03 0,96 1573 0,74 0,62 0,74 0,72  $T_{b}$  = 2875 973 0,95 0,85 0,95 0,91 0,49 0,64 0,54 1073 0.89 0.79 0.89 0.87

По плотности жидкого олова в монографии [5] приводится сводка данных, из которой выбраны реперные значения:

$$T_1 = 499 \text{ K}, \quad \rho_1 = 6980 \text{ kr/m}^3;$$
  
 $T_2 = 796 \text{ K}, \quad \rho_2 = 6761 \text{ kr/m}^3;$   
 $T_3 = 977 \text{ K}, \quad \rho_3 = 6640 \text{ kr/m}^3$ 

и получена расчетная зависимость:

$$\rho = 6980 (499/T)^{0.0682625 (796/T)^{-0.41523}}, \text{ kg/m}^3,$$
 (6)

c  $T_{p, \text{max}} = 45 \text{ K} < \text{Tm} = 505 \text{ K}.$ 

Сопоставление справочных и расчетных данных приведено в табл. 2.

Таблица 2
Плотность жидкого олова по [5] и (6)

. <i>T,</i> K	ho [5], кг/м $^{\scriptscriptstyle 3}$	<i>р</i> (6), кг/м³	а	T, K	ho [5], кг/м $^{\scriptscriptstyle 3}$	<i>р</i> (6), кг/м³	а
499	6980	6980	0,056	1500	_	6330	0,089
$T_m = 505$	_	6975	0,057	2000	_	6075	0,100
682	6834	6842	0,064	$T_h = 2875$	_	5693	0,116
796	6761	6761	0,068	ັ3500	_	5458	0,126
847	6729	6726	0,070	4000	_	5287	0,134
977	6640	6640	0,074				

Высокий коэффициент корреляции R=0,99838 при  $t_R=535>>2$  позволяет распространить применимость уравнения (6) для всего диапазона жидкого состояния олова.

Кинематическая вязкость для жидкого олова через  $\eta$  (5) и  $\rho$  (6) выразится следующим образом:

$$v = 10^{-3} \frac{1,54(573/T)^{0,91233(973/T)^{0,47899}}}{6980(499/T)^{0,0682625(796/T)^{-0,415231}}, \text{ m}^2/\text{c.}}$$
(7)

В монографии [5] имеются только разрозненные по температуре сводки  $\eta$  и  $\rho$ , поэтому в табл. 3 приведены значения по (7) в расчете на последующую проверку по опытным данным.

Как видно, область закономерного понижения охватывает диапазон жидкого состояния олова с ограничением по температуре 2100 К, что обусловлено, вероятно, разрозненностью данных по  $\eta$  и  $\rho$ .

Таблица З Кинематическая вязкость жидкого олова по (7)

<i>T,</i> K	ν(7), 10 <sup>7</sup> м²/с	Т, К	ν(7), 10 <sup>7</sup> м <sup>2</sup> /с	Т, К	v (7), 10 <sup>7</sup> м²/с	Т, К	ν(7), 10 <sup>7</sup> м²/с
$T_m = 505,08$	2,585	1100	1,339	1700	1,158	2300	1,120
700	1,821	1300	1,247	1900	1,137	2500	1,120 ?
900	1,501	1500	1,192	2100	1,126	2700	1,122 ?

Таким образом, приведенные кластерно-ассоциатные модели температурной зависимости динамической вязкости, плотности и кинематической вязкости жидкости на основе концепции хаотизированных частиц имеют единую форму, но с тем отличием, что для вязкости степень влияния температуры связывается со степенью ассоциации кластеров, а для плотности — с присутствием одиночных (свободных) жидкоподвижных и пароподвижных частиц. На примере олова проиллюстрирована возможность использования новых моделей, их согласования и установлена высокая адекватность предложенных кластерно-ассоциатных моделей трех характеристик имеющимся справочным данным. Эти уравнения существенно отличаются от аппроксимирующих моделей произвольного вида, которые при экстраполяции часто приводят к абсурдным по абсолютной величине и знаку значениям для плотности.

## Литература

- 1 *Малышев В. П., Турдукожаева А. М.* Уточнение кластерно-ассоциатной модели вязкости расплавов на основе учета влияния температуры на степень ассоциации кластеров // Расплавы. 2011. № 6. С. 72-79.
- 2 Малышев В. П., Турдукожаева А. М. Разработка взаимно согласованных обобщенных полуэмпирических моделей температурных зависимостей динамической и кинематической вязкости и плотности расплавов // Вестник КазНУ им. аль-Фараби. 2011. № 2. С. 19-32.
- 3 Шпильрайн Э. Э., Фомин В. А., Сковородько С. Н., Сокол Г. Ф. Исследование вязкости жидких металлов. — М.: Наука, 1983. — 243 с.
- 4 Генрих В. Н. Экспериментальное исследование жидких металлов: автореф. ... канд. техн. наук. Новосибирск: ИТ СОАН, 1970. 24 с.
- 5 Свойства элементов: Справ. изд-ние: в 2-х кн. // под ред. М. Е. Дрица. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Изд. дом «Руда и металлы», 2003. Кн. 1. 448 с.
- 6 *Волков А. И., Жарский И. М.* Большой химический справочник. Минск: Современная школа, 2005. 608 с.