

К. К. Камматов, к.ф.-м.н., **Р. А. Буканова**

Атырауский государственный университет им. Х. Досмухамедова

УСТОЙЧИВОСТЬ ДЕМПФИРУЮЩЕГО ГИРОСКОПА

В данной работе выводятся условия устойчивости демпфирующего гироскопа с помощью теорем Ляпунова и Каменкова.

Ключевые слова: демпфирующий гироскоп, гироскоп с пружинными устройствами, карданный подвес, тормозящая сила, гармонические колебания.



Бұл жұмыста демпфермен шектелген және кардан түрінде ілінген гироскоптың тербелмелі қозғалысының Ляпунов және Каменковтар ұсынған әдістермен орнылықтылығы болу шарттары белгіленді.

Түйінді сөздер: демпферлік гироскоп, инерция кезі, серіппелі шектеуіш, кардан ілгіші, үйлесімді ауытқулар.



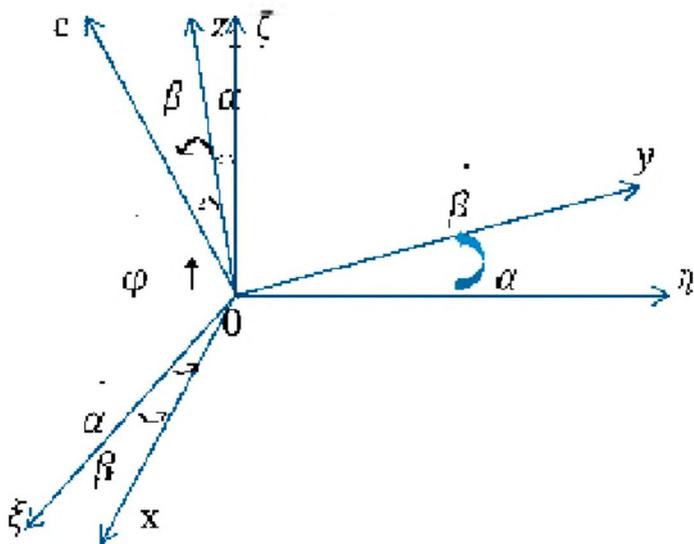
Circumstances of stability are developed in this article with the help of A.Lyapunov damping gyroscope.

Key words: damping gyroscope, the moment of inertia, spring catch, cardan hanger, rhythmic vibration.

В данной задаче рассматривается устойчивость [1,2] гироскопа с учетом пружин, ограничивающих движение внешней и внутренней рамок подвеса и устойчивость [3] так называемого демпфирующего гироскопа, который помимо пружин имеет еще демпфер, связанный с осью внутренней рамки.

Рассмотрение устойчивости движения гироскопа с пружинными и демпфирующими устройствами имеет большое прикладное значение. Так, например, в гироскопическом приборе (гироскопическом приборе), измеряющим угловую скорость и угловое ускорение подвижного основания (например, самолета), движе-

ние внутренней и внешней рамок подвеса ограничено пружинами. В этом случае угол поворота внешней рамки giroприбора фиксирует угловое ускорение, а угол поворота внутренней рамки - угловую скорость подвижного основания. Причем для гашения собственных колебаний рамки, которая в этом случае имеет место, в схему giroприбора вводят демпфер, ограничивающий движение оси внутренней рамки подвеса гироскопа. Гироскопы с пружинными и демпфирующими устройствами также используются в автопилотах и гироскопических стабилизаторах приборов на подвижном основании.



Опишем движение гироскопа (авиационные гироскопические приборы) в кардановом подвесе с пружинными ограничителями, ось внешней рамки которого горизонтальна (рисунок). Пусть ОЗПЗ - правая неподвижная система координат с началом в неподвижной точке O гироскопа, ось Oz направлена вертикально вверх. Правую подвижную систему координат $Ox\eta\zeta$ свяжем с внутренней рамкой подвеса, направив ось Oy по оси вращения внутренней рамки, и ось Oz по оси симметрии гироскопа (ротора). Будем считать, что оси Ox, Oy, Oz являются главными ося-

ми инерции внутренней рамки и гироскопа для точки O и пусть P - сила тяжести гироскопа и внутренней рамки, центр тяжести будем считать лежащим на оси z и его координату обозначим через z .

Для моментов инерции введем обозначения:

Az - момент инерции внешней рамки относительно его оси; $A=B$, C и A_1, B_1, C_1 - главные моменты инерции соответственно гироскопа и внутренней рамки для точки O (относительно осей x, y, z): Положение трехгранника x, y, z , относительно системы будет вполне определяться двумя углами: α и β , где α - угол поворота вокруг оси \hat{i} внешней рамки;

β - угол поворота вокруг оси y внутренней рамки, а положение гироскопа определится тремя углами, α , β и φ , где φ - угол собственного вращения гироскопа относительно x, y, z .

Теперь запишем уравнение движения, соответствующее движению гироскопа: $\alpha=0, \beta=0, \dot{\alpha}=0, \dot{\beta}=0, \dot{\varphi}=\varphi_0 = \text{const}$.

Решение этого уравнения будет описывать вращение гироскопа с постоянной угловой скоростью $\omega_{00} = \varphi_0$, вокруг собственной оси вращения. Устойчивость движения гироскопа с пружинными ограничениями во многих случаях будет зависеть от устойчивости демпфирующего гироскопа.

Гироскоп с пружинными устройствами, будучи устойчив, совершает незатухающие гармонические колебания. С целью устранения этих колебаний применяется демпфер, ограничивающий движение внутренней или внешней рамки подвеса. Сам гироскоп в таком случае называется демпфирующим гироскопом.

Исследуем устойчивость демпфирующего гироскопа, у которого внутренняя рамка подвеса связана с демпфирующим устройством. В этом случае демпфер будет создавать тормозящую силу, пропорциональную угловой скорости $\dot{\beta}$, а тормозящий момент относительно оси поворота внутренней рамки у будет определяться по формуле:

$$M_1 = -x_1 \dot{\beta},$$

где x_1 - положительный коэффициент демпфирования.

Этот момент войдет в дифференциальные уравнения возмущенного движения демпфирующего гироскопа:

$$\begin{aligned}
 (A+B_i)\dot{\eta}_i - c\omega\eta_r - pz_0^i\eta^{i+1} + i_2\eta_j &= -\alpha\eta_v \\
 (A_1+A_2+A_r)\ddot{\eta}_r + c\omega\eta_j - pz_0''\eta_{r+1} + i_2\eta_j &= 0
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

где A - момент инерции внешней рамки;

$A^i = B$, C и A_j , B и C_i - главные моменты инерции соответственно гироскопа внутренней рамки относительно η_j , $\eta_r = \alpha\eta_j = \beta\eta_r = \alpha$; $\omega = \delta_0$, постоянная угловая скорость соот-

ветственного вращения гироскопа, а величины z_0^i и z_0^j определяются по формулам $z_0^i = z_0 - \frac{\mu_j}{p}$, $z_0'' = z_0 - \frac{\mu_2}{p}$. Характеристическое уравнение, соответствующее уравнениям (1), будет

$$\begin{aligned}
 \Delta(\lambda) = (A+B)\lambda^2 + \alpha\lambda - pz_0^i c\omega\lambda + i_2 \\
 - c\omega\lambda + i_2 \cdot (A_1+A_2+A_r)^2 - pz_0''
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

или

$$P_0\lambda^4 + P_1\lambda^3 + P_2\lambda^2 + P_3\lambda + P_4 = 0,$$

где

$$P_0 = (A+B)(A_1+A_2+A_r), P_1 = \alpha(A_1+A_2+A_r),$$

$$P_2 = c^2\omega^2 - P[(A+A_1+A_r)], z_0^i + (A+B_0)z_0''$$

$$P_3 = -p\alpha z_0'', P_4 = i_2^2 z_0^i z_0'' - \mu_r^2$$

Если будут выполняться неравенства Рауса - Гурвица

$$P_j > 0 \quad (j=0, \dots, 4) \quad R = P_3(P_1P_2 - P_0P_3) - P_4P_1^2 > 0, \tag{3}$$

то все корни алгебраического уравнения (2) будут иметь отрицательные части, и следовательно, по Ляпунову (подобно по Г.Каменкову [1,2]) невозмущенное движение демпфирующего гироскопа будет устойчивым.

В нашем случае при $z_0 < 0$, $z_0^i < 0$, $z_0'' < 0$, $P^2 z_0^i z_0'' - \mu_r^2 > 0$. Поэтому первые 5 неравенств из (3) будут выполняться.

Что же касается шестого из (3), то его можно записать в виде:

$$\mu_r^2((A+A_j + A_r) - c^2 \omega^2 Pz0) > 0 \quad -$$

оно также выполняется при $z0 < 0$.

Таким образом, если центр тяжести демпфирующего гироскопа ниже центра подвеса или с ним совпадает, то такой гироскоп будет устойчивым. Установлена устойчивость по Ляпунову в линейном приближении.

Литература

- 1 *Ляпунов А.* Общая задача об устойчивости движения. - М.: Наука, 1956. - Т.2. - 17 с.
- 2 *Каменков Г.* // Сб. тр. - М.: Наука, 1976. - Т.1, 2. - С. 101-102.
- 3 *Камматов К.К.* Устойчивость и колебания некоторых систем нелинейной механики. - Алматы: Наука, 2005. - 11 с.