

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЕЙ СИЛ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭКИПАЖЕЙ И ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОРИЕНТАЦИИ ИХ СОЕДИНЕНИЙ

*М. К. Баймухамбетова, Т. М. Дюсенгалиева*

Казахский университет путей сообщения

---

Жегілетін экипаждардың кеңістіктік тербелулер процесінің күштік сипаттамалары анықталған.

**Түйінді сөздер:** экипаждар, жегілетін экипаждардың кеңістіктік тербелулері.

The article determines power characteristics of process of spatial fluctuations of interconnected crews.

**Key words:** crews, spatial fluctuations of interconnected crews.

К настоящему времени в исследованиях динамики подвижного состава большое распространение получили аналитические математические модели. Однако некоторые из таких исследований ведутся с применением экспериментально-статистического моделирования. Как известно, рациональность детерминистического или стохастического подхода определяется степенью неполноты информации.

Одним из определяющих при построении математической модели движения является, как известно, вопрос о выборе расчетной схемы его объекта. Компромисс между основными характеристиками таких схем - универсальностью и эффективностью, обычно достигается минимальной их сложностью, обеспечивающей лишь необходимую точность решения стоящей задачи [1, 2]. С целью уточнения математического определения модулей сил взаимодействия экипажей и про-

пространственной ориентации их соединений рассмотрим кинематические связи и силы, действующие в сцепных приборах.

В свободном состоянии под действием собственного веса хвостовик каждой из автосцепок лежит на балочке центрирующего аппарата и под действием этого аппарата располагается вдоль продольной оси обрессоренных частей экипажа. В процессе же пространственных колебаний сопрягаемых экипажей, как показано в работе [3], каждый такой хвостовик может свободно (без деформирования экипажных конструкций) перемещаться в плоскости  $G_i$  – в пределах  $\chi_{iVa}^{\min} \leq \chi_{iVa} \leq \chi$  и в плоскости  $U_i$  – в пределах  $|\chi_{iHa}| \geq \chi_{iHa}^{\min}$

При нарушении этих неравенств начинается деформирование соответствующих (вертикальных или горизонтальных) податливых элементов, имитирующих свойства конструкций экипажа.

Тогда, из рис. 1:

$$\operatorname{tg}(\pi - \chi_{iVa}^{\min}) = \frac{AB}{AN2_i} = \frac{2b_i}{l_i^{\nabla}}$$

Откуда:

$$\chi_{iVa}^{\min} = \pi - \operatorname{Arctg} \frac{2b_i}{l_i^{\nabla}},$$

где  $l_i^{\nabla}$  – расстояние, взятое вдоль продолжения продольной оси обрессоренных частей экипажа, от упорной поверхности хвостовика автосцепки до переднего среза ее ударной розетки при отсутствии деформаций поглощающего аппарата.

Совершенно аналогично предыдущему, из рис. 2:

$$\operatorname{tg}(\pi - \chi_{iHa}^{\min}) = \frac{AD}{N2_i} = \frac{a_i}{l_i^{\nabla}}$$

Откуда:

$$\chi_{iHa}^{\min} = \pi - \operatorname{Arctg} \frac{a_i}{l_i^{\nabla}}$$

Наконец получим выражения для  $\Delta_{iVa}$ ,  $\dot{\Delta}_{iVa}$ , а также  $\Delta_{iHa}$  и  $\dot{\Delta}_{iHa}$

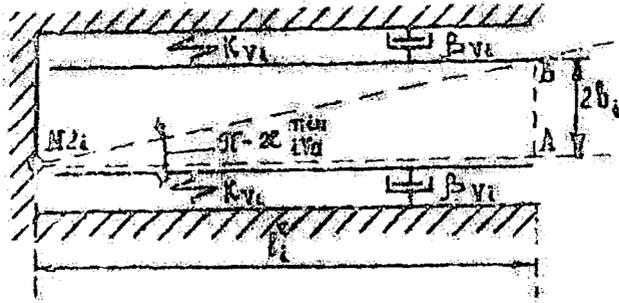


Рис. 1. Расположение продольной оси межэкипажного сопряжения в ударной розетке (вертикальная проекция)

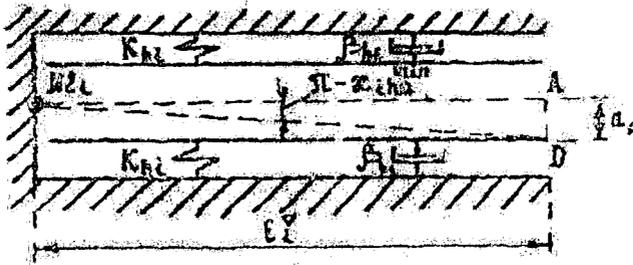


Рис. 2. Расположение продольной оси межэкипажного сопряжения в ударной розетке (горизонтальная проекция)

Пусть в результате колебаний сопрягаемых экипажей ось их соединения занимает некоторое положение  $N2_i, K$  такое, при котором податливый элемент жесткостью  $K_{vi}$  деформирован на величину  $BK = \Delta_{iv2}$ . При этом возможны случаи:  $\chi_{iv2} < \chi_{iv2}^{\min}$  и  $\chi_{iv2} > \pi$ . Рассмотрим их. При  $\chi_{iv2} < \chi_{iv2}^{\min}$  (рис. 3), проводя  $BF \perp N2_i, B$ , получим:

$$- \text{из } \Delta N2_i, BA, \quad N2_i, B = \frac{N2_i, A}{\cos \angle BN2_i, A} = \frac{l_i^V}{\cos(\pi - \chi_{iv2}^{\min})} = -\frac{l_i^V}{\cos \chi_{iv2}^{\min}};$$

$$- \text{из } \Delta KN2_i, A, \quad \angle KN2_i, B = \angle KN2_i, A - \angle BN2_i, A = (\pi - \chi_{iv2}) - (\pi - \chi_{iv2}^{\min}) = \chi_{iv2}^{\min} - \chi_{iv2};$$

$$N2_i K = \frac{N2_i A}{\cos \angle KN2_i A} = \frac{l_i^{\nabla}}{\cos(\pi - \chi_{iVa})} = -\frac{l_i^{\nabla}}{\cos \chi_{iVa}};$$

– из  $\Delta KN2_i B$ , по теореме косинусов,

$$\begin{aligned} KB^2 &= KN2_i^2 + BN2_i^2 - 2KN2_i \cdot BN2_i \cos \angle KN2_i B = \\ &= \frac{l_i^{\nabla 2}}{\cos^2 \chi_{iV2}} + \frac{l_i^{\nabla 2}}{\cos^2 \chi_{iV2}^{\min}} - 2 \left( \frac{-l_i^{\nabla}}{\cos \chi_{iV2}} \right) \left( \frac{-l_i^{\nabla}}{\cos \chi_{iV2}^{\min}} \right) \cos(\chi_{iV2}^{\min} - \chi_{iV2}) = l_i^{\nabla 2} \cdot \\ &\cdot \frac{\cos^2 \chi_{iV2}^{\min} + \cos^2 \chi_{iV2} - 2 \cos \chi_{iV2}^{\min} \cos \chi_{iV2} \cos(\chi_{iV2}^{\min} - \chi_{iV2})}{\cos^2 \chi_{iV2}^{\min} \cos^2 \chi_{iV2}}; \end{aligned}$$

$$\Delta_{iV2} = KB = \frac{l_i^{\nabla}}{\cos \chi_{iV2}^{\min} \cos \chi_{iV2}} \cdot \sqrt{\cos^2 \chi_{iV2}^{\min} + \cos^2 \chi_{iV2} - 2 \cos \chi_{iV2}^{\min} \cos \chi_{iV2} \cos(\chi_{iV2}^{\min} - \chi_{iV2})}.$$

Или, распространяя полученное соотношение на весь экипаж:

$$\Delta_{iVa} = \frac{l_i^{\nabla}}{\cos \chi_{iVa}^{\min} \cos \chi_{iVa}} \cdot \sqrt{\cos^2 \chi_{iVa}^{\min} + \cos^2 \chi_{iVa} - 2 \cos \chi_{iVa}^{\min} \cos \chi_{iVa} \cos(\chi_{iVa}^{\min} - \chi_{iVa})}.$$

Из последнего выражения, после преобразований:

$$\dot{\Delta}_{iVa} = \dot{\chi}_{iVa} l_i^{\nabla} \frac{\sin \chi_{iVa} [\cos \chi_{iVa}^{\min} - \cos \chi_{iVa} \cos(\chi_{iVa}^{\min} - \chi_{iVa})] - \cos^2 \chi_{iVa} \sin(\chi_{iVa}^{\min} - \chi_{iVa})}{\cos^2 \chi_{iVa} \sqrt{\cos^2 \chi_{iVa}^{\min} + \cos^2 \chi_{iVa} - 2 \cos \chi_{iVa}^{\min} \cos \chi_{iVa} \cos(\chi_{iVa}^{\min} - \chi_{iVa})}}.$$

При  $\chi_{iVa} > \pi$  (рис. 3):

$$\text{– из } \Delta AN2_i P, \quad \Delta_{iV2} = -AP = -N2_i A \operatorname{tg} \angle AN2_i P = -l_i^{\nabla} \operatorname{tg}(\pi - \chi_{iV2}) = l_i^{\nabla} \operatorname{tg} \chi_{iV2}$$

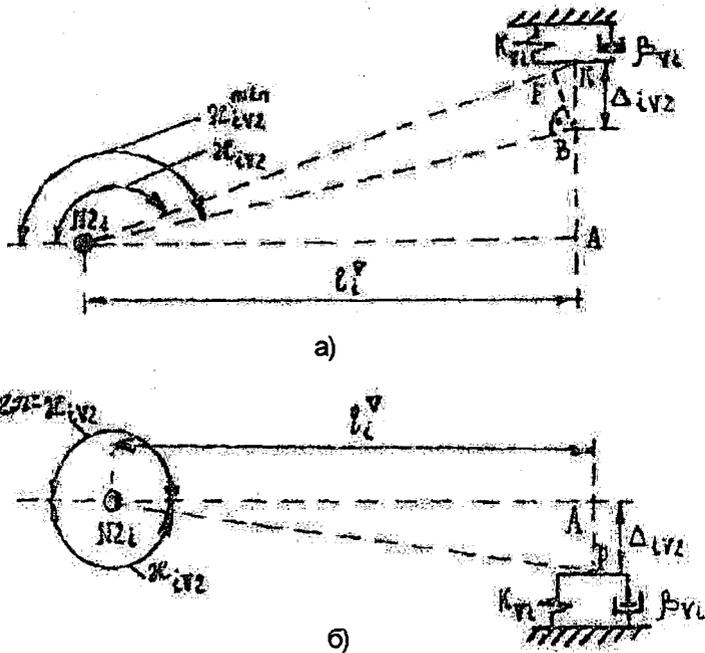


Рис. 3. Деформация одного из податливых элементов, имитирующих изгибные свойства кузова экипажа в вертикальной продольной плоскости его симметрии: а) при движении хвостовика автосцепки вверх; б) при отклонении хвостовика автосцепки вниз

Или, распространяя полученный результат на оба сопряжения экипажа:

$$\Delta_{iv2} = l_i^V \operatorname{tg} \chi_{iv\alpha}$$

Из этого выражения:

$$\dot{\Delta}_{iv2\alpha} = \dot{\chi}_{iv\alpha} \frac{l_i^V}{\cos^2 \chi_{iv\alpha}}$$

Резюмируя полученное:

$$|\Delta_{iVa}| = \begin{cases} 0 - npu & \chi_{iVa}^{\min} \leq \chi_{iVa} \leq \pi; \\ \frac{l_i^\nabla}{\cos \chi_{iVa}^{\min} \cos \chi_{iVa}} \cdot \sqrt{\cos^2 \chi_{iVa}^{\min} + \cos^2 \chi_{iVa} - 2 \cos \chi_{iVa}^{\min} \cos \chi_{iVa} \cos(\chi_{iVa}^{\min} - \chi_{iVa})} - \\ - npu & \chi_{iVa} < \chi_{iVa}^{\min}; \\ l_i^\nabla \operatorname{tg} \chi_{iVa} & - npu \quad \pi < \chi_{iVa}. \end{cases}$$

$$|\dot{\Delta}_{iVa}| = \begin{cases} 0 - npu & \chi_{iVa}^{\min} \leq \chi_{iVa} \leq \pi; \\ \dot{\chi}_{iVa} l_i^\nabla \frac{\sin \chi_{iVa} [\cos \chi_{iVa}^{\min} - \cos \chi_{iVa} \cos(\chi_{iVa}^{\min} - \chi_{iVa})] - \cos^2 \chi_{iVa} \sin(\chi_{iVa}^{\min} - \chi_{iVa})}{\cos^2 \chi_{iVa} \sqrt{\cos^2 \chi_{iVa}^{\min} + \cos^2 \chi_{iVa} - 2 \cos \chi_{iVa}^{\min} \cos \chi_{iVa} \cos(\chi_{iVa}^{\min} - \chi_{iVa})}} - \\ - npu & \chi_{iVa} < \chi_{iVa}^{\min}; \\ \dot{\chi}_{iVa} \frac{l_i^\nabla}{\cos^2 \chi_{iVa}} & - npu \quad \pi < \chi_{iVa}. \end{cases}$$

Причем  $\sin g\Delta_{iVa} = \begin{cases} +1 - npu & \chi_{iVa} < \chi_{iVa}^{\min} \\ -1 - npu & \pi < \chi_{iVa} \end{cases}$

Совершенно идентично для горизонтальной плоскости:

$$|\Delta_{iHa}| = \begin{cases} 0 - npu & |\chi_{iHa}| \geq \chi_{iHa}^{\min}; \\ \frac{l_i^\nabla}{\cos \chi_{iHa}^{\min} \cos \chi_{iHa}} \cdot \sqrt{\cos^2 \chi_{iHa}^{\min} + \cos^2 \chi_{iHa} - 2 \cos \chi_{iHa}^{\min} \cos \chi_{iHa} \cos(\chi_{iHa}^{\min} - \chi_{iHa})} - \\ - npu & |\chi_{iHa}| < \chi_{iHa}^{\min}. \end{cases}$$

$$|\dot{\Delta}_{iHa}| = \begin{cases} 0 - npu & |\chi_{iHa}| \geq \chi_{iHa}^{\min}; \\ \dot{\chi}_{iHa} l_i^\nabla \frac{\sin \chi_{iHa} [\cos \chi_{iHa}^{\min} - \cos \chi_{iHa} \cos(\chi_{iHa}^{\min} - \chi_{iHa})] - \cos^2 \chi_{iHa} \sin(\chi_{iHa}^{\min} - \chi_{iHa})}{\cos^2 \chi_{iHa} \sqrt{\cos^2 \chi_{iHa}^{\min} + \cos^2 \chi_{iHa} - 2 \cos \chi_{iHa}^{\min} \cos \chi_{iHa} \cos(\chi_{iHa}^{\min} - \chi_{iHa})}} - \\ - npu & |\chi_{iHa}| < \chi_{iHa}^{\min}. \end{cases}$$

Причем

$$\sin g\Delta_{iHa} = \left. \begin{cases} +1 - \text{при отклонении вправо,} \\ -1 - \text{при отклонении влево,} \end{cases} \right\} \text{ глядя от головки сцепки.}$$

В выражениях для  $\dot{\Delta}_{iVa}$  и  $\dot{\Delta}_{iHa}$

– согласно соотношению для  $\chi_{iVa}$ , после преобразований,

$$\dot{\chi}_{iVa} = \frac{\dot{\chi}_{ia} \sin \chi_{iVa} \cos \tau_{iVa} + \dot{\tau}_{iVca} \cos \chi_{ia} \sin \tau_{iVca}}{\cos \tau_{iVca} \sqrt{\cos^2 \tau_{iVca} - \cos^2 \chi_{ia}}}$$

– согласно соотношению для  $\chi_{iHa}$ , после преобразований,

$$\dot{\chi}_{iHa} = \frac{\dot{\chi}_{ia} \sin \chi_{ia} \cos \tau_{iHca} + \dot{\tau}_{iHca} \cos \chi_{ia} \sin \tau_{iHca}}{\cos \tau_{iHca} \sqrt{\cos^2 \tau_{iHca} - \cos^2 \chi_{ia}}}$$

где в свою очередь

$$\dot{\mu}_i = \frac{\dot{\varphi}_i \sin 2\tilde{\theta}_i + \dot{\tilde{\theta}}_i \sin 2\varphi_i}{2 \cos \tilde{\varphi}_i \cos \tilde{\theta}_i \sqrt{\cos(\tilde{\varphi}_i + \tilde{\theta}_i) \cos(\tilde{\varphi}_i - \tilde{\theta}_i)}} - \dot{\tilde{\psi}}_i$$

Таким образом, аналитическим путем получены выражения для определения модулей сил взаимодействия экипажей и пространственной ориентации их соединений в процессе пространственных колебаний сопрягаемых экипажей. Что позволяет проводить более точные исследования пространственных колебаний железнодорожных экипажей в составе поезда.

## Литература

1. Лазарян В. А. Динамика вагонов: Устойчивость движения и колебания. - М.: Транспорт, 1964. - 256 с.
2. Сакович Л. А. Определение продольных усилий неударного характера, возникающих в поездах при движении по ломаному профилю пути // Вестник ВНИИ жел. дор. транспорта. - 1974. - № 5. - С. 31-35.
3. Гречишников Ю. Л., Палей Б. З., Поляков В. А. и др. О математическом моделировании эксплуатационных режимов движения конвейерных поездов // Проблемы разработки горизонтов глубоких карьеров: Тез. и сообщ. IV Всесоюз. науч.-техн. совещ. - Киев: Наукова думка, 1982. - С. 148-150.