

А.Н. Урматова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Южно-Казахстанский университет им. М.О. Ауэзова,  
г. Шымкент, Казахстан

## ПРИМЕНЕНИЕ ПРИНЦИПА ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО УСТАНОВЛЕНИЯ ЛАМИНАРНОГО ДВИЖЕНИЯ ГАЗОВ В КАНАЛАХ НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ-СТОКСА

---

**Аннотация.** В колонных тепло- и массообменных установках в качестве насадочного элемента выходят пластины, цилиндры, сферы и другие тела. Газ или жидкость, поступающие на переработку в этих устройствах, проходит многоступенчатое взаимодействие как между собой, так и с границами каналов и насадок. Поэтому возникает проблема решения соответствующих модулирующих уравнений, сочетания числовых схем их решений. В этом случае особую актуальность приобретает вопрос устойчивости уравнений Навье-Стокса в решении переменных Гельмгольца, отражающий законы сохранения фаз и движения непрерывности, которые являются физически удобными и комфортными для отражения динамических функций в многоступенчатом канале. Таким образом, начиная с какой-либо стадии связи, распространение динамических характеристик прекращает изменение. Для решения задачи можно получить практическое заключение. Так при доказательстве того, что движение газа будет установлено после определенной стадии  $n$  канала, в дальнейшем не решится соответствующее уравнение, и можно считать, что распределение будет одинаковым, начиная со стадии  $n+1$ . Применение такого эффекта позволяет экономить расчетную работу, особенно для длинных многоступенчатых каналов сложной формы.

**Ключевые слова:** уравнения Навье-Стокса, уравнения Рейнольдса, течение Пуазейля, ламинарный режим, ламинарное движение газов.

•••

**Түйіндеме.** Колонналы жылу және массаауысу құрылғыларында саптамалық элемент ретінде пластиналар, цилиндрлер, сфералар мен өзге де денелер кездеседі. Осы құрылғыларда өңдеуге түсіп отырған газ немесе сұйықтық өзара да, каналдар мен саптамалар шекараларымен де көпсатылы өзара әрекеттесуден өтеді. Сондықтан сәйкес модельдейтін теңдеулердің шешілуі, олардың шешімдерінің сандық сызбаларының үйлесу мәселелері туындайды. Бұл жағдайда Навье-Стокс теңдеулерінің көпсатылы каналда динамикалық функцияларды көрсету үшін физикалық жағынан ыңғайлы және жайлы болып табылатын, фазалар мен үздіксіздік қозғалысының сақталуы заңдарын қамтып көрсететін Гельмгольц айнымалыларымен шешудегі орнықтылық мәселесі ерекше өзектілікке ие болады. Осылайша, байланыс-

тың әлдебір сатысынан бастап динамикалық сипаттамалардың таралымы өзгерісін тоқтатады. Осыдан есепті шығару үшін практикалық қорытынды алуға болады: егер біз, мысалы, каналдың белгілі бір  $n$  сатысынан кейін газдың қозғалысы орнатылатынын дәлелдесек, онда келесіде сәйкес теңдеуді шешпесек те болады, яғни  $n+1$ -сатысынан бастап таралым бірдей болады деп есептейміз. Осындай әсердің қолданысы есептеу жұмысын, әсіресе күрделі пішінді ұзын көпсатылы каналдар үшін, үнемдеуге мүмкіндік береді.

**Түйінді сөздер:** Навье-Стокс теңдеулері, Рейнольдс теңдеулері, Пуазейль ағымы, ламинарлық режим, газдардың ламинарлық қозғалысы.

• • •

**Abstract.** In heat and mass transfer towers the nozzle elements are plates, cylinders, spheres and other bodies. Gas or liquid entering the processing on these devices undergo multi-stage interaction both with each other and with the boundaries of the channels and nozzles. Therefore, there is a problem of solving the corresponding modulating equations, a combination of numerical schemes of their solutions. In this case, the question of stability of the Navier-Stokes equations in the solution of Helmholtz variables, reflecting the laws of phase conservation and continuity motion, which are physically convenient and comfortable for the reflection of dynamic functions in a multistage channel, becomes particularly relevant. Thus, starting from any stage of communication, the propagation of dynamic characteristics stops the change. To solve the problem, we can get a practical conclusion: if we prove, for example, that the gas motion will be established after a certain stage  $n$  of the channel, then in the future we will not solve the corresponding equation, we can assume that the distribution will be the same, starting from the stage  $n+1$ . The use of this effect allows you to save the calculation work, especially for long multistage channels of complex shape.

**Keywords:** Navier-Stokes equations, Reynolds equations, Poiseuille flow, laminar regime, vorticity.

**Введение. Моделирование ламинарного движения газов в каналах.** Многоступенчатые каналы с насадками регулярного расположения имеют различные конструкции, которые меняются согласно требованиям реализуемых процессов. Однако динамика потоков в каналах разных форм может быть описана одними и теми же уравнениями (Навье-Стокса в ламинарном режиме и Рейнольдса в турбулентном) и она определяется граничными условиями на элементах насадок, стенках аппарата и геометрией взаимного расположения этих элементов. Математическое моделирование динамики газового потока наиболее полно можно проводить, используя уравнения Навье-Стокса (ламинарный режим) и Рейнольдса (турбулентный режим). Имеется большое количество работ по моделированию течения газа в каналах сложной формы, методика исследования которых

удобна для изучения динамики потоков в массообменных аппаратах. Большинство тепло- и массообменных аппаратов с многоступенчатым взаимодействием фаз работают со скоростями газа, при которых реализуется турбулентный режим. Например, в зигзагообразном канале аппаратов с вертикальными решетками (АВР) [1] среднерасходная скорость колеблется в пределах  $1\div 6$  м/с. Рассчитывая число Рейнольдса для наиболее распространенных размеров канала получим

$$Re = \frac{U_0 d}{\nu} = \frac{(1\div 6) \cdot 0,1}{1,73 \cdot 10^{-5}} = 3284 \div 19700,$$

где  $U_0$  - среднерасходная скорость, м/с;  
 $d$  - характерный линейный размер канала, м;  
 $\nu$  - коэффициент кинематической вязкости, м<sup>2</sup>/с;  
 $Re$  - число Рейнольдса.

Согласно классификации течений газов в каналах, для таких чисел критерия Рейнольдса принято течение называть турбулентным. Однако, рассмотрение ламинарного течения ( $Re < 2300$ ) имеет самостоятельное значение в силу следующих обстоятельств: хотя уравнение Навье-Стокса, составляющее основу математической модели течения газов в ламинарном режиме и уравнения Рейнольдса для турбулентного течения различны, общим для этих режимов является наличие вихревых и застойных зон, начального и стабилизированного участков, также идентичными являются граничные условия. Ламинарный режим является относительно простым течением, математические вопросы существования единственности решения, сходимости численных методов хорошо разработаны. Рассмотрим ламинарное течение газового потока в многоступенчатом канале.

Основными уравнениями, описывающими плоское течение несжимаемой ньютоновской вязкой жидкости с постоянными свойствами при отсутствии внешних сил, являются два уравнения сохранения количества движения и одно уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (3)$$

где  $\nu$  - кинематический коэффициент вязкости, м<sup>2</sup>/с. Строгий математический вывод уравнений (1)-(3) имеется во многих работах по механике жидкости и газа. Здесь только отметим их физическую сущность - они являются проекциями векторного уравнения (второго закона Ньютона), причем вязкие силы связаны со скоростью деформаций линейным ньютоновым законом для касательных напряжений. Уравнение (3) отражает неразрывность рассматриваемой среды в двухмерном пространстве. Для задачи механики жидкости и газа применяются два принципиально различных подхода: эйлерова система координат и лагранжева система координат. Вышеприведенные уравнения записаны в неподвижной эйлеровой системе, относительно которой движется газ (жидкость).

Лагранжево описание, в котором система координат движется вместе с жидкостью, можно использовать как вспомогательное. Уравнения (1)-(3) являются уравнениями математической физики в частных производных. Они отражают два наиболее общих закона движения сплошных сред – сохранения количества движения и сплошности (неразрывности) среды. Класс задач, описываемых ими, чрезвычайно широк, а различие между ними будет определяться начальными и граничными условиями относительно неизвестных  $u$ ,  $v$ ,  $p$ . Если для  $u$ ,  $v$  во многих случаях будут достаточными условия прилипания на твёрдой границе канала  $u=0$ ,  $v=0$ , то для  $p$  постановка граничных условий затруднительна. Давление  $P$  характеризуется хаотическими ударами колеблющихся молекул газа (жидкости) о стенки канала и условие на твёрдой границе для него оказывается неоднозначным [2]. Данное обстоятельство может быть преодолено исключением давления из соответствующих уравнений: продифференцируем (1) по  $y$ , (2) по  $x$  и вычтем результаты. Введя функцию напряженности вихря (в дальнейшем -завихренность) по формуле

$$\omega = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x},$$

получаем уравнение переноса вихря, имеющее параболический тип:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = -u \frac{\partial \omega}{\partial x} - \vartheta \frac{\partial \omega}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

Введем также функцию тока соотношениями

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial y} &= u, \\ \frac{\partial \psi}{\partial x} &= -\vartheta. \end{aligned} \quad (5)$$

Уравнение для  $\omega$  можно записать как уравнение Пуассона, имеющее эллиптический тип:

$$\Delta \psi = \omega. \quad (6)$$

Таким образом, система (1)-(3), записанная в терминах «скорость-давление» может быть записана в терминах «функция тока - вихрь»:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \omega, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + \vartheta \frac{\partial \omega}{\partial y} = \nu \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (8)$$

Уравнение неразрывности (3) будет удовлетворяться тождественно, т.к.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \vartheta}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( -\frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial x} \quad (9)$$

и для аналитических функций смена порядка дифференцирования справедлива.

В уравнение переноса вихря (9) входят нестационарный член  $\frac{\partial \omega}{\partial t}$ , конвективные члены  $u \frac{\partial \omega}{\partial x}$ ,  $\vartheta \frac{\partial \omega}{\partial y}$ , а также  $\nu \Delta \omega$ , связанный с вязкой диффузией. Это уравнение нелинейно из-за конвективных членов, т.к. в силу соотношений

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \vartheta = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (10)$$

и уравнения (7)  $u, \vartheta$  представляют собой функции зависимой переменной  $\omega$ . Оно является параболическим по времени, и для него

необходимо начальное условие. Уравнение (7) для функции тока является эллиптическим, поэтому для него ставится задача с граничными условиями, которая в данном разделе будет решена численно итерационными методами.

Решение стационарных задач динамики вязкой несжимаемой жидкости большей частью основано на использовании метода установления и применении явных и неявных схем для системы (7-8).

Среди явных схем часто используются двухслойные по времени схемы с симметричной аппроксимацией первых производных центральными разностями и решением (8) на каждом временном слое с помощью метода Зейделя, а также трехслойная схема, в которой конвективные члены аппроксимируются по схеме «крест», а диффузионные - по схеме Дюфорта – Франкеля [3].

Неявные схемы, как правило, основаны на применении метода дробных шагов [4]. Общая структура таких схем для уравнений (7-8) может быть представлена, например, в виде

$$\begin{aligned}
 \frac{\omega^{n+1/2} - \omega^n}{0,5\tau} &= L_{1\omega}\omega^{n+1/2} + L_{2\omega}\omega^n, \\
 \frac{\omega^{n+1} - \omega^{n+1/2}}{0,5\tau} &= L_{1\omega}\omega^{n+1/2} + L_{2\omega}\omega^{n+1}, \\
 \frac{\psi^{s+1/2,n+1} - \psi^{s,n+1}}{0,5\sigma} &+ \\
 + L_{1\psi}\psi^{s+1/2,n+1} + L_{2\psi}\psi^{s,n+1} &= \omega^{n+1}, \\
 \frac{\psi^{s+1,n+1} - \psi^{s+1/2,n+1}}{0,5} &+ \\
 + L_{1\psi}\psi^{s+1/2,n+1} + L_{2\psi}\psi^{s+1,n+1} &= \omega^{n+1}.
 \end{aligned} \tag{11}$$

где  $L_{1\omega}, L_{2\omega}, L_{1\psi}, L_{2\psi}$  - разностные одномерные операторы:

$$\begin{aligned}
 L_{1\omega} &= \frac{\delta^2 \omega}{\delta x^2} - \frac{\delta \psi}{\delta y} \frac{\delta \omega}{\delta x}, L_{2\omega} = \frac{\delta^2 \omega}{\delta y^2} + \frac{\delta \psi}{\delta x} \frac{\delta \omega}{\delta y}, \\
 L_{1\psi} &= \frac{\delta^2 \psi}{\delta x^2}, L_{2\psi} = \frac{\delta^2 \psi}{\delta y^2}.
 \end{aligned}$$

В этих формулах  $\tau$  - временной шаг,  $\sigma$  - итерационный параметр,  $s, s+1/2, s+1$  - итерационные индексы при решении уравнения Пуассона из (7-8) на  $(n+1)$ -временном слое итерационным методом;  $\frac{\delta^2}{\delta x^2}, \frac{\delta^2}{\delta y^2}, \frac{\delta}{\delta x}, \frac{\delta}{\delta y}$  - разностные операторы, аппроксимирующие соответствующие вторые и первые производные. Первое уравнение (7-8) используется для нахождения значений  $\omega$ , а второе - значений  $\psi$  на последующем временном слое. Аппроксимация вторых производных, как правило, симметричная, а аппроксимация первых производных в уравнении для  $\omega$  проводится или симметричными разностями, или односторонними разностями «против потока» с учетом знака скорости. Нужно отметить, что схема «против потока» была удачно применена даже для решения турбулентного обтекания тел, т.к. обеспечивала абсолютную устойчивость разностной схемы [5]. Хорошо зарекомендовала себя схема с применением монотонной аппроксимации:

$$\left. \begin{aligned} & \omega^{n+1} - \omega^n + \frac{u - |u|}{2} \left( \frac{\delta \omega}{\delta x} \right)^+ + \frac{u + |u|}{2} \left( \frac{\delta \omega}{\delta x} \right)^- + \\ & + \frac{v - |v|}{2} \left( \frac{\delta \omega}{\delta y} \right)^+ + \frac{v + |v|}{2} \left( \frac{\delta \omega}{\delta y} \right)^- = \\ & = \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{1}{1 + \frac{|u|h}{2}} \frac{\delta^2 \omega}{\delta x^2} + \frac{1}{1 + \frac{|v|l}{2}} \frac{\delta^2 \omega}{\delta y^2} \right) \end{aligned} \right\}$$

где  $h$  и  $l$  - шаги сетки по  $x$  и  $y$ ,

$$\begin{aligned} \left( \frac{\delta \omega}{\delta x} \right)^+ &= \frac{\omega_{i+1,j}^{n+1} - \omega_{i,j}^{n+1}}{h}, \quad \left( \frac{\delta \omega}{\delta x} \right)^- = \frac{\omega_{i,j}^{n+1} - \omega_{i-1,j}^{n+1}}{h}, \\ \left( \frac{\delta \omega}{\delta y} \right)^+ &= \frac{\omega_{i,j+1}^{n+1} - \omega_{i,j}^{n+1}}{l}, \quad \left( \frac{\delta \omega}{\delta y} \right)^- = \frac{\omega_{i,j}^{n+1} - \omega_{i,j-1}^{n+1}}{l}. \end{aligned} \tag{14}$$

Разностные уравнения (11) обычно приводятся к трехдиагональному виду и совместно с соотношениями, аппроксимирующими граничные условия, решаются методом прогонки [6,7]. При решении стационарных задач методом установления может применяться либо поочередное решение уравнений (11) (без внутренних итераций для определения  $\Psi$ ), либо одновременное решение соответствующих уравнений из (11) для совместного нахождения  $\omega$  и  $\Psi$  с помощью векторной прогонки. Трудности, связанные с постановкой граничных условий для уравнений вихря заключаются в том, что обычные граничные условия прилипания на твердых стенках для Навье-Стокса уравнения дают условия только для  $\Psi$ . Для численного решения уравнения для  $\omega$  формально требуются граничные условия для вихря. Эти условия могут быть получены на каждом временном слое либо приближенно на границе области, либо путем интегрирования уравнения для  $\omega$  только в области, расположенной внутри основной области интегрирования.

**Применение принципа гидродинамического установления.**

Длина большинства каналов с многоступенчатым взаимодействием фаз эксплуатируемых в настоящее время колонных массообменных аппаратов велика и сквозной расчет динамических характеристик численными методами требует очень большого объема памяти компьютера и времени счета. Из-за многократного повторения вычислительных процедур при этом происходит накопление погрешностей округления, что в конечном итоге может привести к искажению конечного численного решения. Для решения этой проблемы использован следующий прием, который можно назвать принципом гидродинамического установления, известный для прямых цилиндрических труб: профиль скорости, заданный на входе в канал (например, прямоугольный или параболический), развиваясь по течению, через определенное расстояние достигает такой формы, которую можно считать установившейся. Этот прием вписывается в рамку идеи о представлении аппарата как совокупности нескольких каналов. Для многоступенчатых каналов, в которых проведены расчеты динамических характеристик газового потока, принцип установления означает следующее:

1. Пусть  $\varphi(x, y)$ - одна из динамических характеристик в КМВФ. Обозначим через  $\varphi_{i,j}^{(k)}$  ее значения в узлах конечно-разностной сетки

в момент времени  $t_k$ . На входе в КМВФ задавали значения  $\varphi_{0,j}^{(k)}$ , определяющие форму входного профиля. В расчетах ламинарного и турбулентного режимов на входе задавались прямоугольная и параболическая профили. На других сечениях разностной сетки в начальный момент времени задавали такие значения динамических функций, которые обеспечивали постоянство расхода по всем горизонтальным сечениям канала.

2. Проводим одну итерацию по соответствующей формуле расчета и находим  $\varphi_{i,j}^{(1)}$  для одной ступени контакта.

3. Для продолжения итерации во второй ступени контакта значения  $\varphi_{i,j}^{(1)}$  при  $i=n$  (на выходе из 1-ступени контакта) передаются значениям  $\varphi_{0,j}^{(2)}$  для 2-ступени контакта.

4. Находим значения  $\varphi$  для второй ступени контакта.

5. Если значения  $\varphi$  для двух следующих друг за другом ступеней контакта совпадают с заданной точностью, то итерации заканчиваются, и значения  $\varphi$  на последней ступени контакта могут быть приняты за установившиеся значения динамических характеристик на стабилизированном участке канала.

Таким образом, всю длину КМВФ можно представить как совокупность начального и стабилизированного участков, причем длина стабилизированного участка оказывается гораздо больше длины начального участка. Такой эффект установления известен для цилиндрических труб: входной профиль скорости, развиваясь по течению, через определенное расстояние от входа устанавливается, приобретая форму параболы, т.е. реализуется течение Пуазейля. Длина начального участка зависит от формы входного профиля (прямоугольная, трапециевидная, параболическая и т.д.). При работе КМВФ в двухфазном режиме входной участок существует и для жидкости, длина которого также зависит от степени равномерности подачи жидкости из распределительных устройств. Например, при противотоке жидкость стекает вниз через распределительные устройства, обеспечивающие достаточную равномерность и существует определенное расстояние, после которого ее распределение можно считать установившемся. На рисунке 1 приведена схема принципа установления при обтекании элементов в КМВФ.

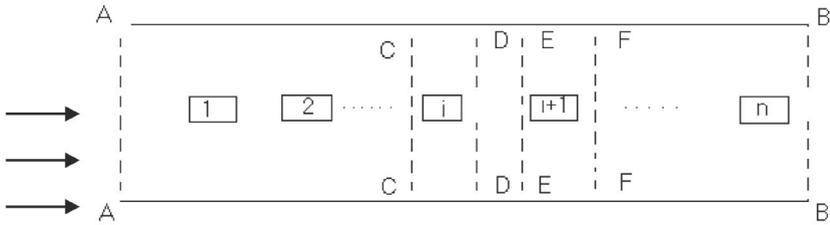


Рисунок 1 – Ось абсцисс - продольное направление, ось ординат- поперечное направление к потоку, 1,2,..., n - обтекаемые элементы.

Областью течения в наших задачах являются КМВФ с регулярным расположением элементов, определяющих многоступенчатость взаимодействия фаз. Поэтому «принцип установления» в задачах означает одинаковое распределение динамических характеристик для всех ступеней контакта, которые будут рассчитываться только для одной ступени.

Поток, входя в канал (сечение A-A), движется в продольном направлении, обтекая на своем пути регулярно расположенные элементы контактной зоны 1,2,...,n . С течением достаточного большого времени  $T$ , за которое поток, развиваясь в своем течении, обтекает несколько элементов, все гидродинамические характеристики установятся. Для цилиндрических прямых каналов известен эффект выхода течения на динамически стабилизированный участок, длина которого приблизительно равна  $40d$ , где  $d$  – диаметр канала. Численными экспериментами, проведенными для канала с параллельными полками и для зигзагообразного канала в [8, 1] установлено существование начального (A-C) и стабилизированного участков (C-B), причем длина C-B гораздо больше, чем A-C. В данном случае можно говорить об установлении по скорости и завихренности начиная с элемента  $i$  с некоторой точностью  $\varepsilon$ . Существующие тепло- и массообменные аппараты используют не один, а несколько рядов параллельно установленных каналов [9-10], поэтому при моделировании течений в них возникает вопрос о взаимном влиянии нескольких потоков. В этом случае также основными уравнениями математической модели являются с соответствующими граничными и начальными условиями, а также с условиями сопряжения:

$$\begin{cases} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \Delta \omega \\ \Delta \psi = \omega \end{cases} \quad (15)$$

$$U_S = ku_0, \vartheta_S = 0, \omega_S = z(\psi_S, \psi_{S-1}, \psi_{S+1}) \quad (16)$$

где  $k$  - коэффициент уменьшения, зависящий от разброса общего расхода газа;

$S$  - кривая, которую можно считать линией симметрии между двумя рядами потоков, обтекающих 2 ряда элементов насадок;

$z = z(\psi_S, \psi_{S-1}, \psi_{S+1})$  - функция, в общем случае получаемая трехточечной аппроксимацией граничного условия  $\frac{\partial \psi}{\partial n} /_s = 0$  для функции завихренности. При обтекании первой и последней гирлянды влияние твердых стенок канала моделируем условиями прилипания  $u = 0, \vartheta = 0$ , а для вихря  $\omega$  воспользуемся условием непротекания газа на границе канала или разделяющей линии

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = 0. \quad (17)$$

Представление граничного условия для  $\omega$  в виде (17) имеет свои особенности: функция  $\omega$  не входит в (17) в явном виде. Поэтому для получения граничных условий для функции завихренности нужно использовать другие дополнительные соображения. Например, используя уравнение Пуассона  $\Delta \psi = \omega$  вплоть до границы, можно получить граничные условия разной точности и порядка аппроксимации. Другим путем получения граничных условий для завихренности является разложение функции тока в ряд Тейлора в ближайшей граничной точке стенок или насадок и использование условий прилипания или невозмущенности линии тока соответственно.

В дальнейшем используются уравнения Навье-Стокса (15), где будут меняться только формы обтекаемых элементов насадок и соответствующие граничные условия. При этом выработана общая методика решения задач, основываясь на уравнениях Навье – Стокса.

В качестве характерных величин для многоступенчатого канала принимаем следующие величины:  $u_0$  – среднерасходоная скорость газа, м/с;  $d$  - ширина входа канала, м; динамическая или кинематическая вязкости газов. Все остальные характерные величины будут производными от этих величин. Получим следующие соотношения

$$x = \bar{x}L, y = \bar{y}L, u = \bar{u}u_0, \vartheta = \bar{\vartheta}u_0, t = t \frac{d}{u_0}, \psi = \bar{\psi}du_0, \omega = \bar{\omega} \frac{u_0}{d}. \quad (18)$$

В дальнейшем черточки над переменными будут опущены. Система (15) является системой смешанного типа: первое уравнение,

относительно функции тока относится к эллиптическому типу, второе, относительно вихря – параболическому.

**Выводы.** Имеется большое количество работ по аналитическому и численному решению таких систем. Вводя определенные упрощения и допущения, удастся привести их к виду, который в некоторых простых случаях удастся решить аналитически и найти  $\psi(x, y)$  и  $\omega(x, y)$  в виде сходящихся рядов или комбинации специальных функций. Однако, для общей постановки задачи наиболее универсальным методом является метод конечных разностей, наиболее полно изложенный, например в работах [3,4].

### Список литературы

- 1 Балабеков О.С. Гидродинамика, массообмен и пылеулавливание при противоточных и прямоточных двухфазных капельных и пленочных течениях в слое подвижной насадки: Автореф. дис. докт. – М., 1985.- 40с.
- 2 Волненко А.А. Научные основы разработки и расчета вихревых массообменных и пылеулавливающих аппаратов: Автореф. дис. докт. - Шымкент, 1999.- 40с.
- 3 Исмаилов Б.Р., Балабеков О.С. Аэродинамические характеристики потоков в многоступенчатых каналах колонных аппаратов. // Докл.НАН РК.- Алматы.- 2001.-4.-С.108-115.
- 4 Госмен А.Д., Пан В.М., Ранчел А.К. и др. Численные методы исследования течений вязкой жидкости.-М.: Мир, 1972.- 324с.
- 5 Григорян Л.Г. Гидродинамика, массо-и теплообмен при взаимодействии жидкости и газа на вертикальных контактных решетках колонных аппаратов: Дис. ...д-ра техн.наук.-Л.,1986.- 333с.
- 6 Роуч П. Вычислительная гидродинамика. -М.: Мир,1980.- 616с.
- 7 Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкости. В 2-х т.т.-М.: Мир, 1991.- 342с.
- 8 Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы.-М.: Наука,1973.-294с.
- 9 Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. –М.: Наука,1978.-386с.
- 10 Аэров М.Э., Тодес О.М. Гидравлические и тепловые основы аппаратов со стационарным и кипящим зернистым слоем.-Л.: Химия, 1968.- 512с.

**Урматова А.Н.** - PhD, старший преподаватель, e-mail: aурmatova@bk.ru