

*Избасарова А.Ж.<sup>1</sup>, Кудайкулов А.К.<sup>2</sup>, Ташев А.А.<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Қазақ ұлттық аграрлық университеті, Алматы қ., Қазақстан

<sup>2</sup> ҚР БҒМ ҒК Ақпараттық және есептеуіш технологиялар институты ,  
Алматы қ., Қазақстан

## **ЖЕРГІЛІКТІ ЖЫЛУ АҒЫНДАРЫНЫҢ, ЖЫЛУ АЛМАСУЛАРДЫҢ ӘСЕРІ КЕЗІНДЕ ӨЗЕКТІҢ ТЕРМО-КЕРНЕУЛІ КҮЙІН ЗЕРТТЕУДІ АВТОМАТТАНДЫРУ**

---

**Түйіндеме:** Энергетикалық қондырғылардың көптеген көтергіш элементтері жергілікті жылу ағындарының және конвективті жылу алмасулардың әсерінен болады. Оның салдарынан шектелген ұзындықтағы өзек түрінде көтергіш элементтерде термо-кернеулі деформацияланған күй пайда болады. Сондықтан арнайы есептеуіш алгоритмдерін және шектеулі ұзындықтағы өзекшелерді автоматтандырылған зерттеудің тиісті бағдарламаларын әзірлеу өзекті болып табылады. Бұл ретте әзірленген жүйе зерттелетін өзектің физика-механикалық және геометриялық сипаттамаларын және бір мезгілде жергілікті конвективті жылу алмасудың болуын ескеруі тиіс. Бұл жұмыста энергияны сақтаудың іргелі заңдары қолданылады. Әзірленген есептеуіш алгоритмі IBM PC Python бағдарламасы түрінде жүзеге асырылады. Алынған нәтижелер кестелер түрінде ұсынылады.

**Түйінді сөздер:** автоматтандыру, кесте, график, Python программасы.

• • •

**Аннотация:** Многие несущие элементы энергетических установок находятся под воздействием локальных тепловых потоков и конвективных теплообменов. Вследствие чего в несущих элементах в виде стержней ограниченной длины возникает термо-напряженно деформированное состояние. Поэтому разработка специальных вычислительных алгоритмов и соответствующих программ автоматизирующих исследования стержня ограниченной длины является актуальной. При этом разработанная система должна учитывать физико-механические и геометрические характеристики исследуемого стержня и одновременного наличия локальных конвективных теплообменов. В данной работе применяются фундаментальные законы сохранения энергии. Разработанный вычислительный алгоритм реализуется на IBM PC в виде Python программы. Полученные результаты представляется в виде таблиц и графиков.

**Ключевые слова:** автоматизация, таблица, графика, Python программа.

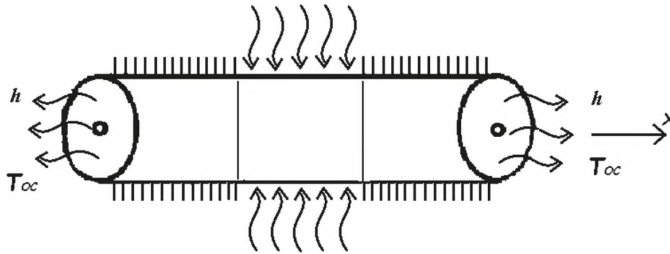
• • •

**Abstract:** Many load-bearing elements of power plants are influenced by local heat flows and convective heat exchangers. Because of this, a deformed thermo-stress state is formed in the bearing elements in the form of a rod of limited length. Therefore, it is important to develop special computational algorithms and corresponding programs for automated research of rods of limited length. At the same time, the developed system must take into account the physical-mechanical and geometric characteristics of the studied core and the simultaneous presence of local convective heat exchange. This work uses the fundamental laws of energy saving. The developed calculation algorithm is implemented in the form of an IBM PC Python program. The results are presented in tables.

**Keywords:** automation, table, graph, Python program.

**Қіпiсiе.** Қазіргі заман энергетикалық құрылғылардың өндіріс орындарындағы технологиялық процестерде негізі жылу көздері әсер етеді. Сондықтан, энергетикалық құрылғылар мен қайта өңдеу технологиялық линиялардағы тірек құрылымдары сенімді жұмыс жасауы үшін олардың термомеханикалық күйлерін зерттеу технологияларын жасау қажет. Бұл зерттеу технологиялары негізгі фундаменталдық заңдардың негізінде құрылуы қажет. Энергетикалық құрылғылар мен өндіріс технологияларындағы линиялардың сенімді жұмыс жасауын алдын ала болжау үшін, жылу көздері әсеріндегі негізі құрылым элементтерің, термомеханикалық күйлерін зерттеудің автоматикалық жүйелерін құру қажет. Бұндай жүйелерді құру осы зерттеудің өзекті мәселесі болып табылады.

**Зерттеу әдістері.** Шектеулі ұзындығы  $L$  [см] өзек түрінде және тұрақты көлденең қимасы  $F$  [см<sup>2</sup>] конструкцияның салмақ түсетін элементі қарастырылады. Өзектің физикалық-механикалық қасиеттері өзек материалының жылу өткізгіштік коэффициенті  $k_{xx} \left[ \frac{\text{Ватт}}{\text{см}^2 \cdot \text{°C}} \right]$ ; жылу кеңею  $\alpha \left[ \frac{1}{\text{°C}} \right]$ , және серпімділік модулі  $E \left[ \frac{\text{Н}}{\text{см}^2} \right]$  зерттелетін өзек  $l = \frac{L}{3}$  [см] бірдей ұзындығының үш элементімен дискретизирленеді. ОХ осін солдан оңға бағыттаймыз. Ол өзектің осіне сәйкес келеді. Өзектің көлденең сол және оң жақ шеттерінің аудандары арқылы оларды қоршаған ортамен жылу алмасуы жүреді. Бұл жағдайда жылу алмасу коэффициенттері  $h = \left| \frac{\text{Ватт}}{\text{см}^2 \cdot \text{°C}} \right|$ , ал қоршаған ортаның температурасы  $T_{oc}$  [°C]. Сонымен қатар, өзектің екінші (орта) элементінің бүйір бетіне тұрақты қарқындылықпен  $q \left[ \frac{\text{Ватт}}{\text{см}^2} \right]$  жылу ағыны жүргізіледі. Өзектің бірінші және үшінші элементтерінің бүйір беті толығымен жылу оқшауландырылған. Зерттелетін тапсырманың есептік схемасы-1-суретте келтірілген [1].



1-сурет – Тапсырманың есептік схемасы

Әрбір дискретті элементтің ұзындығына ыңғайлы болу үшін температураның таралу заңы жергілікті координаттар жүйесіндегі квадраттық сплайн функциясының көмегімен аппроксимациялаймыз.

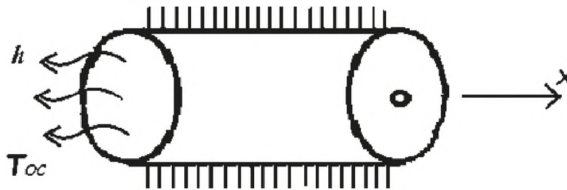
$$T(x) = \varphi_i(x)T_i + \varphi_j(x)T_j + \varphi_k(x)T_k = \frac{2x^2-3lx+l^2}{l^2}T_i + \frac{4lx-4x^2}{l^2}T_j + \frac{2x^2-lx}{l^2}T_k, \quad (1)$$

$$0 \leq x \leq l.$$

мұнда жергілікті координаттар жүйесінде (бір дискретті элементтің ұзындығы шегінде)

$$T_i = T(x=0); T_j = T\left(x = \frac{l}{2}\right); T_k = T(x=l).$$

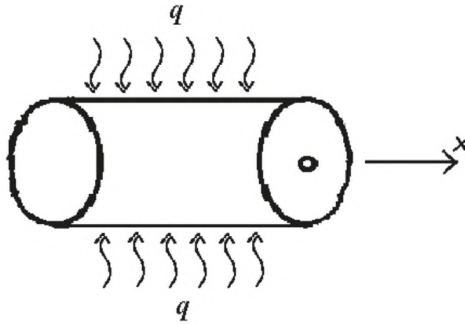
Әрбір дискретті элементтің ұзындығына қарай температура өрісін анықтауды автоматтандыру үшін сақтау заңы қолданылады. Мысалы, зерттелетін өзектің бірінші дискретті элементін қарастырайық.



Бұл элемент үшін толық жылу энергиясының функционалы келесі түрге ие болады [1].

$$I_1 = \int_{S'(x=0)} \frac{h}{2} (T - T_{OC})^2 dS + \int_{V_1} \frac{k_{xx}}{2} \left(\frac{dT}{dx}\right)^2 dV = \frac{Fh}{2} (T_1 - T_{OC})^2 + \frac{Fk_{xx}}{6l} (7T_1^2 - 16T_1T_2 + 2T_1T_3 - 16T_2T_3 + 16T_2^2 + 7T_3^2). \quad (2)$$

Енді зерттелетін өзектің екінші дискретті элементін қарастырайық.



Бұл элемент үшін толық жылу энергиясы функционалының келесі түрге ие:

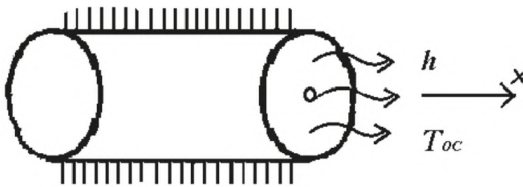
$$I_2 = \int_{S_{\text{поверхности}}} qT dS' + \int_{V_2} \frac{k_{xx}}{2} \left( \frac{dT}{dx} \right)^2 dV.$$

Мұнда  $S_{\text{поверхности}}$  - екінші дискретті элементтің бүйірлік бетінің ауданы.

$I_2$  функционалының интеграцияланған түрі мынадай болады:

$$I_2 = \frac{\pi r q l}{3} (T_3 + 2T_4 + T_5) + \frac{F k_{xx}}{6l} (7T_3^2 - 16T_3T_4 + 2T_3T_5 - 16T_4T_5 + 16T_4^2 + 7T_5^2). \quad (3)$$

Үшінші дискретті элементті қарастырайық.



Үшінші элемент үшін толық жылу энергиясының функционалы келесі түрге ие:

$$I_3 = \int_{S(x=l)} \frac{h}{2} (T - T_{0c})^2 dS + \int_{V_3} \frac{k_{xx}}{2} \left( \frac{dT}{dx} \right)^2 dV = \frac{Fh}{2} (T_7 - T_{0c})^2 + \frac{F k_{xx}}{6l} (7T_5^2 - 16T_5T_6 + 2T_5T_7 - 16T_6T_7 + 16T_6^2 + 7T_7^2). \quad (4)$$

Сонда зерттелетін өзек үшін толық жылу энергиясының функционалы келесі түрге ие:  $I = I_1 + I_2 + I_3$ .

(2-4) формулаларында мыналар орын алады:

$$T_1 = T(x = 0); T_2 = T\left(x = \frac{l}{2}\right); T_3 = T(x = l); T_4 = T\left(x = \frac{3l}{2}\right);$$

$$T_5 = T(x = 2l); T_6 = T\left(x = \frac{5l}{2}\right); T_7 = T(x = 3l = L).$$

Энергияны сақтау заңын орындау жағдайына байланысты мынадай

$$\frac{dT_i}{dt} = 0; (i = 1 \div 7). \quad (6)$$

Енді осы теңдеулер жүйесін құрамыз:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy}{dT_1} = 0; & \Rightarrow \frac{Fk_{xx}}{3l} (7T_1 - 8T_2 + T_3) + FhT_1 = FhT_{OC}; \\ \frac{dy}{dT_2} = 0; & \Rightarrow \frac{Fk_{xx}}{6l} (-8T_1 - 8T_3 + 16T_2) = 0; \\ \frac{dy}{dT_3} = 0; & \Rightarrow \frac{Fk_{xx}}{3l} (T_1 - 8T_2 + 14T_3 - 8T_4 + T_5) = -\frac{\pi rql}{3}; \\ \frac{dy}{dT_4} = 0; & \Rightarrow \frac{Fk_{xx}}{3l} (-8T_3 - 8T_5 + 16T_4) = \frac{2\pi rql}{3}; \\ \frac{dy}{dT_5} = 0; & \Rightarrow \frac{Fk_{xx}}{3l} (T_3 - 8T_4 + 14T_5 - 8T_6 + T_7) = -\frac{\pi rql}{3}; \\ \frac{dy}{dT_6} = 0; & \Rightarrow \frac{Fk_{xx}}{3l} (-8T_5 - 8T_7 + 16T_6) = 0; \\ \frac{dy}{dT_7} = 0; & \Rightarrow \frac{Fk_{xx}}{3l} (T_5 - 8T_6 + 7T_7) + FhT_7 = FhT_{OC}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Немесе шағын жеңілдетуден кейін мынаны аламыз

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{7k_{xx}}{3l} + h\right) T_1 - \frac{8k_{xx}}{3l} T_2 + \frac{k_{xx}}{3l} T_3 &= hT_{OC}; \\ T_1 - 2T_2 + T_3 &= 0; \\ T_1 - 8T_2 + 14T_3 - 8T_4 + T_5 &= -\frac{ql^2}{rk_{xx}}; \\ T_3 - 2T_4 + T_5 &= -\frac{2ql^2}{rk_{xx}}; \\ T_3 - 8T_4 + 14T_5 - 8T_6 + T_7 &= -\frac{ql^2}{rk_{xx}}; \\ T_5 - 2T_6 + T_7 &= 0; \\ T_5 - 8T_6 + \left(7 + \frac{3hl}{k_{xx}}\right) T_7 &= \frac{3hT_{OC}l}{k_{xx}}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

(8) жүйені шешу арқылы  $T_i, (i = 1 \div 7)$ . тораптық мөндері анықталады. Кейін үш дискретті элементтердің ұзындығы бойынша температураның таралу заңдары анықталады [3].

$$\left. \begin{aligned} T^I(x) &= \frac{2x^2-3lx+l^2}{l^2} T_1 + \frac{4lx-4x^2}{l^2} T_2 + \frac{2x^2-lx}{l^2} T_3, \\ T^{II}(x) &= \frac{2x^2-3lx+l^2}{l^2} T_3 + \frac{4lx-4x^2}{l^2} T_4 + \frac{2x^2-lx}{l^2} T_5, \\ T^{III}(x) &= \frac{2x^2-3lx+l^2}{l^2} T_5 + \frac{4lx-4x^2}{l^2} T_6 + \frac{2x^2-lx}{l^2} T_7, \end{aligned} \right\} 0 \leq x \leq l. \quad (9)$$

Енді өзектің бір ұшы қатты-қорғалған болса, онда оның термиялық ұзаруын анықтаймыз.

$$\Delta l_T = \int_0^L \alpha T(x) dx = \int_0^l \alpha T^I(x) dx + \int_0^l \alpha T^{II}(x) dx + \int_0^l \alpha T^{III}(x) dx = \frac{\alpha l}{6} (T_1 + 4T_2 + 2T_3 + 4T_4 + 2T_5 + 4T_6 + T_7). \quad (10)$$

Егер өзектің екі ұштары да қатты-қорғалған болса, онда өзек ұзара да және , қысқара да алмайды. Бірақ жылу кеңеюінен осьтік қысу күші  $R$  [кг] пайда болады. Оның мәні деформацияның үйлесімділігінен анықталады [2].

$$R = \frac{\Delta l_T E F}{L} \quad (11)$$

мұнда  $L$  - өзектің ұзындығы;  $E$  - өзек материалының серпімділік модулі;  $F$  - көлденең қиманың ауданы. (10) -ды (11)-ге қою арқылы мынаны аламыз:

$$R = \frac{\alpha E F l}{6L} (T_1 + 4T_2 + 2T_3 + 4T_4 + 2T_5 + 4T_6 + T_7) \quad (12)$$

Бұл жағдайда өзек қимасында  $\sigma \left[ \frac{\text{жн}}{\text{см}^2} \right]$  термо-серпімді құраушы кернеу пайда болады. Оның мәні Гуктың жалпыланған заңына сәйкес анықталады.

$$\sigma = \frac{R}{F} = \frac{\alpha E l}{6L} (T_1 + 4T_2 + 2T_3 + 4T_4 + 2T_5 + 4T_6 + T_7)$$

Содан кейін термо-серпімді деформация да Гук заңы бойынша анықталады.

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{\alpha l}{6L} (T_1 + 4T_2 + 2T_3 + 4T_4 + 2T_5 + 4T_6 + T_7) \quad (14)$$

(14) формуладан деформация өлшемсіз болатындығы көрінеді. Жылу физикасының іргелі заңы негізінде деформацияның температуралық құрамдас бөлігінің таралу заңы анықталады

$$\varepsilon_T(x) = -\alpha T(x) \frac{\alpha}{l^2} \left[ \begin{aligned} &(2x^2 - 3lx + l^2)(T_1 + T_3 + T_5) + (4lx - 4x^2) \\ &(T_2 + T_4 + T_6) + (2x^2 - lx)(T_3 + T_5 + T_7) \end{aligned} \right], \quad 0 \leq x \leq l. \quad (15)$$

Сонда Гук Заңына сәйкес зерттелетін өзектің ұзындығы бойынша кернеудің температуралық құраушының таралу заңы келесідей анықталады.

$$\sigma_T(x) = E \cdot \varepsilon_T(x) = -\frac{\alpha E}{l^2} [(2x^2 - 3lx + l^2)(T_1 + T_3 + T_5) + (4lx - 4x^2)(T_2 + T_4 + T_6) + (2x^2 - lx)(T_3 + T_5 + T_7)],$$

$$0 \leq x \leq l. \quad (16)$$

Серпімді құраушы деформацияны анықтау заңын термосерпімді іргелі заңдары негізінде зерттелетін өзектің ұзындығы бойынша анықтауға болады.

$$\varepsilon_x(x) = \varepsilon - \varepsilon_T(x) = \frac{\alpha l}{6L} (T_1 + 4T_2 + 2T_3 + 4T_4 + 2T_5 + 4T_6 + T_7) + \frac{\alpha}{l^2} [(2x^2 - 3lx + l^2)(T_1 + T_3 + T_5) + (4lx - 4x^2)(T_2 + T_4 + T_6) + (2x^2 - lx)(T_3 + T_5 + T_7)], \quad 0 \leq x \leq l. \quad (17)$$

Сонда өзек ұзындығы бойынша кернеудің серпімді құраушысының таралу заңы Гук заңы негізінде анықталады [1].

$$\sigma_x(x) = E \cdot \varepsilon_x(x) = \frac{\alpha E l}{6L} (T_1 + 4T_2 + 2T_3 + 4T_4 + 2T_5 + 4T_6 + T_7) + \frac{\alpha E}{l^2} [(2x^2 - 3lx + l^2)(T_1 + T_3 + T_5) + (4lx - 4x^2)(T_2 + T_4 + T_6) + (2x^2 - lx)(T_3 + T_5 + T_7)], \quad 0 \leq x \leq l. \quad (18)$$

Қозғалу өрісін анықтау үшін әрбір дискретті элементке серпімді деформацияның әлеуетті энергиясының функционалын жазамыз. Мысалы, бірінші дискретті элемент үшін функционалдың келесі түрге ие:

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \int_{V_1} \frac{\sigma_x}{2} \varepsilon_x^{(l)} dV - \int_{V_1} \alpha E T^{(l)}(x) \cdot \varepsilon_x^{(l)} dV = \int_{V_1} \frac{E \varepsilon_x^{(l)}}{2} \varepsilon_x^{(l)} dV - \int_{V_1} \alpha E T^{(l)}(x) \cdot \varepsilon_x^{(l)} dV \\ &= \frac{EF}{2} \int_0^l [\varepsilon_x^{(l)}]^2 dV - \alpha EF \int_0^l T^{(l)}(x) \cdot \varepsilon_x^{(l)} dx = \frac{EF}{2} \int_0^l \left[ \frac{\partial U^{(l)}}{\partial x} \right]^2 dx - \\ &\alpha EF \int_0^l T^{(l)}(x) \cdot \frac{\partial U^{(l)}}{\partial x} dx = \frac{EF}{2l^2} \int_0^l [(4x - 3l)U_1 + (4l - 8x)U_2 + (4x - l)U_3] \cdot \\ &[(4x - 3l)U_1 + (4l - 8x)U_2 + (4x - l)U_3] dx - \frac{\alpha EF}{l^4} \int_0^l [(2x^2 - 3lx + l^2)T_1 + \\ &(4lx - 4x^2)T_2 + (2x^2 - lx)T_3] \cdot [(4x - 3l)U_1 + (4l - 8x)U_2 + (4x - l)U_3] dx = \frac{EF}{2l^4} \int_0^l [(16x^2 - 24lx + 9l^2)U_1^2 + (80lx - 64x^2 - 24l^2 + \\ &48lx)U_1U_2 + (32x^2 - 32lx + 6l^2)U_1U_3 + (48lx - 8l^2 - 64x^2)U_2U_3 + \\ &(16l^2 - 64lx + 64x^2)U_2^2 + (16x^2 - 8lx + l^2)U_3^2] dx - \frac{\alpha EF}{l^4} \int_0^l [(8x^3 - 6lx^2 - \\ &12lx^2 + 9l^2x + 4l^2x - 3l^3)T_1U_1 + (8lx^2 - 16x^3 - 12l^2x + 24lx^2 + 4l^3 - \\ &8l^2x)T_1U_2 + (8x^3 - 2lx^2 - 12lx^2 + 3l^2x + 4l^2x - l^3)T_1U_3 + (16lx^2 - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 12l^2x - 16x^3 + 12lx^2)T_2U_1 + (16l^2x - 32lx^2 - 16lx^2 + 32x^3)T_2U_2 + \\
 & (16lx^2 - 4l^2x - 16x^3 + 4lx^2)T_2U_3 + (8x^3 - 6lx^2 - 4lx^2 + 3l^2x)T_3U_1 + \\
 & (8lx^2 - 16x^3 - 4l^2x + 8lx^2)T_3U_2 + (8x^3 - 2lx^2 - 4lx^2 + l^2x)T_3U_3]dx = \\
 & \frac{EF}{2l^4} \left[ \left( \frac{16x^3}{3} - 12lx^2 + 9l^2x \right) U_1^2 + \left( 40lx^2 - \frac{64x^3}{3} + 24lx^2 - 24l^2x \right) U_1U_2 + \right. \\
 & \left. \left( \frac{32x^3}{3} - 16lx^2 + 6l^2x \right) U_1U_3 + \left( 24lx^2 - 8l^2x - \frac{64x^3}{3} \right) U_2U_3 + \left( 16l^2x - \right. \right. \\
 & \left. \left. 32lx^2 + \frac{64x^3}{3} \right) U_2^2 + \left( \frac{16x^3}{3} - 4lx^2 + l^2x \right) U_3^2 \right] \Big|_0^l - \frac{\alpha EF}{l^4} \left[ \left( 2x^4 - 6lx^3 + \frac{13l^2x^2}{2} - \right. \right. \\
 & \left. \left. 3l^3x \right) T_1U_1 + \left( \frac{32lx^3}{3} - 4x^4 - 10l^2x^2 + 4l^3x \right) T_1U_2 + \left( 2x^4 - 6lx^3 + \frac{7l^2x^2}{2} - \right. \right. \\
 & \left. \left. l^3x \right) T_1U_3 + \left( \frac{28lx^3}{3} - 6l^2x^2 - 4x^4 \right) T_2U_1 + \left( 8l^2x^2 - 16lx^3 + 8x^4 \right) T_2U_2 + \right. \\
 & \left. \left( \frac{20lx^3}{3} - 2l^2x^2 - 4x^4 \right) T_2U_3 + \left( 2x^4 - \frac{10lx^3}{3} + \frac{3l^2x^2}{2} \right) T_3U_1 + \left( \frac{16lx^3}{3} - 4x^4 - \right. \right. \\
 & \left. \left. 2l^2x^2 \right) T_3U_2 + \left( 2x^4 - 2lx^3 + \frac{l^2x^2}{2} \right) T_3U_3 \right] \Big|_0^l = \frac{EF}{2l^4} \left[ \frac{7l^3}{3} U_1^2 + \frac{56l^3}{3} U_1U_2 + \right. \\
 & \left. \frac{2l^3}{3} U_1U_3 - \frac{16l^3}{3} U_2U_3 + \frac{16l^3}{3} U_2^2 + \frac{7l^3}{3} U_3^2 \right] - \frac{\alpha EF}{l^4} \left[ -\frac{l^4}{2} T_1U_1 + \frac{2l^4}{3} T_1U_2 - \right. \\
 & \left. \frac{3l^4}{2} T_1U_3 - \frac{2l^4}{3} T_2U_1 + \frac{2l^4}{3} T_2U_3 + \frac{l^4}{6} T_3U_1 - \frac{2l^4}{3} T_3U_2 + \frac{l^4}{2} T_3U_3 \right] = \frac{EF}{6l} (7U_1^2 + \\
 & 56U_1U_2 + 2U_1U_3 - 16U_2U_3 + 16U_2^2 + 7U_3^2) - \alpha EF \left( -\frac{1}{2} T_1U_1 + \frac{2}{3} T_1U_2 - \right. \\
 & \left. \frac{3}{2} T_1U_3 - \frac{2}{3} T_2U_1 + \frac{2}{3} T_2U_3 + \frac{1}{6} T_3U_1 - \frac{2}{3} T_3U_2 + \frac{1}{2} T_3U_3 \right).
 \end{aligned}$$

2-ші және 3-ші дискретті элемент үшін серпімді деформацияның әлеуетті энергиясы функционалының интеграцияланған түрі келесі түрге ие:

$$\begin{aligned}
 \Pi_2 = & \frac{EF}{6l} (7U_3^2 + 56U_3U_4 + 2U_3U_5 - 16U_4U_5 + 16U_4^2 + 7U_5^2) - \alpha EF \left( -\frac{1}{2} T_3U_3 \right) \\
 & + \frac{2}{3} T_3U_4 - \frac{3}{2} T_3U_5 - \frac{2}{3} T_4U_3 + \frac{2}{3} T_4U_5 + \frac{1}{6} T_5U_3 - \frac{2}{3} T_5U_4 + \frac{1}{2} T_5U_5. \quad (20)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Pi_3 = & \frac{EF}{6l} (7U_5^2 + 56U_5U_6 + 2U_5U_7 - 16U_6U_7 + 16U_6^2 + 7U_7^2) - \alpha EF \left( -\frac{1}{2} T_5U_5 \right) \\
 & + \frac{2}{3} T_5U_6 - \frac{3}{2} T_5U_7 - \frac{2}{3} T_6U_5 + \frac{2}{3} T_6U_7 + \frac{1}{6} T_7U_5 - \frac{2}{3} T_7U_6 + \frac{1}{2} T_7U_7. \quad (21)
 \end{aligned}$$

Содан кейін зерттелетін өзек үшін серпімді деформацияның әлеуетті энергиясын білдіру келесі түрге ие:

$$\Pi = \sum_{i=1}^3 \Pi_i \quad (22)$$

Өзектің екі ұшы қатты-қорғалғандықтан  $U_1=U_7=0$

Тіркелген қималардың орнын ауыстыру мәндері сызықты алгебралық теңдеулер жүйесінен анықталады:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial U_i} = i, i = 2 \div 6. \quad (23)$$



(24, 25) жүйені шешу арқылы  $U_p$  ( $i = 1 \div 7$ ) мәндері есептеледі. Олар бойынша үш дискретті элементтердің ұзындығы бойынша жылжуды бөлу заңы анықталады.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial U_2} = 0; &\Rightarrow \frac{EF}{6l}(-16U_3 + 32U_2) - \alpha EF \left( \frac{2}{3}T_1 - \frac{2}{3}T_3 \right) = 0; \\ \frac{\partial \Pi}{\partial U_3} = 0; &\Rightarrow \frac{EF}{6l}(-16U_2 + 28U_3 + 56U_4 + 2U_5) - \\ &\alpha EF \left( -\frac{3}{2}T_1 + \frac{2}{3}T_2 - \frac{2}{3}T_4 + \frac{1}{6}T_5 \right) = 0; \\ \frac{\partial \Pi}{\partial U_4} = 0; &\Rightarrow \frac{EF}{6l}(56U_3 - 16U_5 + 32U_4) - \alpha EF \left( \frac{2}{3}T_3 - \frac{2}{3}T_5 \right) = 0; \\ \frac{\partial \Pi}{\partial U_5} = 0; &\Rightarrow \frac{EF}{6l}(24U_3 - 16U_4 + 28U_5 + 56U_6 + 2U_7) - \\ &\alpha EF \left( -\frac{3}{2}T_3 + \frac{2}{3}T_4 - \frac{2}{3}T_6 + \frac{1}{6}T_7 \right) = 0; \\ \frac{\partial \Pi}{\partial U_6} = 0; &\Rightarrow \frac{EF}{6l}(56U_5 - 16U_7 + 32U_6) - \\ &\alpha EF \left( -\frac{2}{3}T_5 - \frac{2}{3}T_7 \right) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

$$\left. \begin{aligned} U^I(x) &= \frac{4lx-4x^2}{l^2}U_2 + \frac{2x^2-lx}{l^2}U_3, \\ U^{II}(x) &= \frac{2x^2-3lx+l^2}{l^2}U_3 + \frac{4lx-4x^2}{l^2}U_4 + \frac{2x^2-lx}{l^2}U_5, \\ U^{III}(x) &= \frac{2x^2-3lx+l^2}{l^2}U_5 + \frac{4lx-4x^2}{l^2}U_6, \end{aligned} \right\} 0 \leq x \leq l. \quad (25)$$

**Зерттеу нәтижелері.** Баяндалғанды апробациялау үшін келесі бастапқы деректерді қабылдаймыз.

$$\begin{aligned} L &= 30\text{см}; n = 3; l = \frac{L}{n} = 10\text{см}; T_{OC1} = 20^\circ\text{C}; q = -500 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}; h_1 = 8 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2\text{C}}; \\ h_2 &= 10 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2\text{C}}; T_{OC2} = 40^\circ\text{C}; r = 1\text{см}; F = \pi r^2 = \pi \text{см}^2; k_{xx} = 100 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2\text{C}}; \end{aligned}$$

Осы тік күштің пайда болатын өзекшенің ұзаруы шамасын, сондай-ақ термосерпінді, температуралық және серпінді деформация мен кернеудің құрамдастарын тарату заңдарын анықтау үшін Rhyton программасы құрылды. Әзірленген есептеуіш алгоритм және құрылған Rhyton программасы теңдеулердің рұқсат беретін жүйелерін қалыптастыруды және қажетті заңдылықтарды құруды автоматтандыруға мүмкіндік береді. Сондай-ақ программа алынған сандық нәтижелердің графикалары түрінде құрастыруды автоматтандыруға мүмкіндік береді [4].

Шешім кезінде 13 бекітілген қимадағы температура мәндері анықталды. Олар келесі:

$$\begin{aligned} T(x = 5\text{см}) &= 776^\circ\text{C}; T(x = 7,5\text{см}) = 902^\circ\text{C}; \\ T(x = 10\text{см}) &= 1028^\circ\text{C}; T(x = 12,5\text{см}) = 1122,75^\circ\text{C}; \end{aligned}$$

$$T(x = 15\text{см}) = 1155^\circ\text{C}; T(x = 17,5\text{см}) = 1124,75^\circ\text{C};$$

$$T(x = 20\text{см}) = 1032^\circ\text{C}; T(x = 22,5\text{см}) = 908^\circ\text{C};$$

$$T(x = 25\text{см}) = 784^\circ\text{C}; T(x = 27,5\text{см}) = 660^\circ\text{C};$$

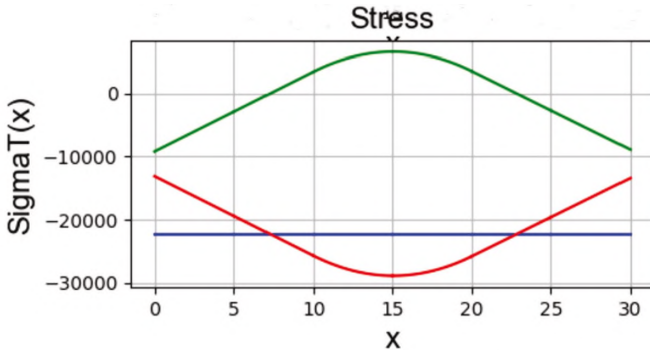
$$T(x = 30\text{см}) = 536^\circ\text{C};$$

Мұнда көлденең қиманың қоршаған ауданының температурасы  $T_{OC1} = 20^\circ\text{C}$  өзекшенің шеті көп, ал оң жақ шеті  $T_{OC2} = 40^\circ\text{C}$ . екенін атап өткен жөн. Сондықтан  $T(x = 0) < T(x = 30\text{см})$ , т.е.  $524^\circ\text{C} < 536^\circ\text{C}$ .

Қабылданған бастапқы деректер және алынған температура өрісі кезінде өзектің термиялық ұзаруының шамасы  $\Delta l_T = 0,0334\text{см}$  болады. Бұл зерттелетін өзектің бір ұшы қатты қорғалған болса, ал екіншісі бос болса пайда болады. Егер қаралып отырған өзектің екі ұшы да қатты-қорғалған болса, онда ол ұзартылмайды және қысқартылмайды. Бірақ жылу кеңею құбылысына байланысты осьтік күш пайда болады. Біздің жағдайда пайда болатын осьтік күштің шамасы мынандай болады:

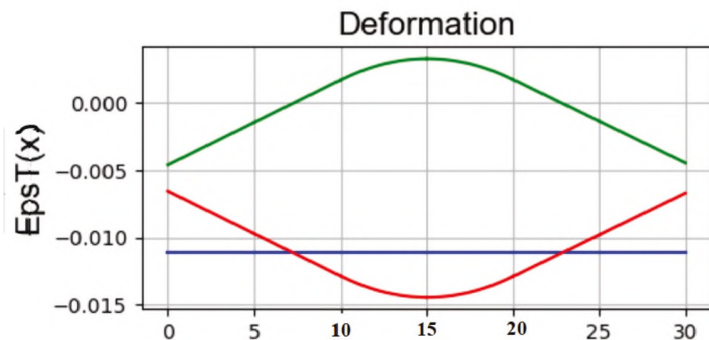
$$R = -69987,76 \text{ кг.}$$

Минус белгісі осьтік күштің қысқыш сипаты бар дегенді білдіреді.



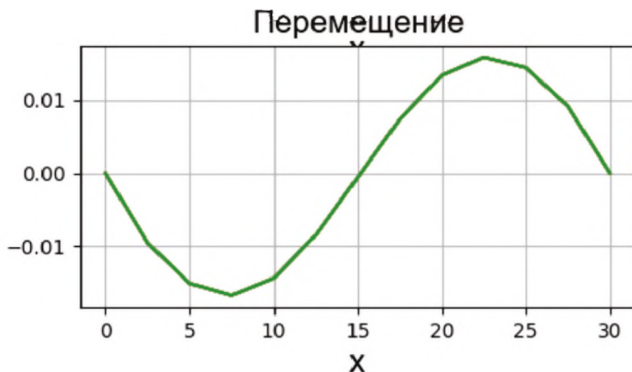
2-сурет – Кернеу құрауыштарын үлестіру Заңы.

Көк сызық-кернеудің термо-серпімді құраушысы; қызыл сызық-кернеудің температуралық құраушысы; жасыл сызық – кернеудің серпімді құраушысы.



3-сурет – Деформацияны құраушы өрістің таралу заңы.

Көк сызық-термо-серпімді деформация; қызыл сызық-температуралық деформация; жасыл сызық-серпімді деформация.



4-сурет – Өзек қималарының таралу заңы.

2-суретте үш құраушы кернеулердің таралу заңы келтіріледі. Бұл суретте термо-серпімді және температуралық құраушы кернеудің барлық ұзындығы бойынша қысу сипаты бар. Сол кезде ( $0 \leq x \leq 7,5\text{см}$ ) және ( $22,5 \leq x \leq 30\text{см}$ ) бөліктеріндегі кернеудің серпімді құраушысы қысу сипатында болады. Бірақ ол өзектің ( $7,5 \leq x \leq 22,5$ ) бөлігінде созылатын сипатқа ие. Осыған ұқсас құбылыстар деформацияның тиісті құрауыштарында да қайталанатын. Ол 3-суретте анық көрінеді. 4-суреттен ( $0 < \frac{L}{2} < 15\text{см}$ )

өзектің қимасы  $OX$  осіне қарсы қозғалатынын, ал  $(\frac{L}{2} < x < L)$  бөлігінің қимасы керісінше  $OX$  осінің бағытына ауысатынын көруге болады. Ол кезде қималардың орын ауыстыруы координаттары  $x=0$ ,  $x=\frac{L}{2}$  және  $x=L$  нөлге тең болады.

**Қорытынды:** Ұсынылған энергетикалық әдіс жергілікті жылу ағындарының, жергілікті жылу оқшаулағыштардың болуын ескере отырып, жылу алмасудың әсері кезінде шектеулі ұзындығы мен тұрақты көлденең қима өзекшелерінің термо-кернеулі күйін зерттеуді автоматтандыруға мүмкіндік береді. Бұл ретте алынған нәтижелер энергияны сақтаудың іргелі заңдарын қанағаттандырады. Осының салдарынан олар жоғары дәлдікпен ерекшеленеді.

### Әдебиеттер

1 *Кудайкулов А., Кенжегулов Б., Мырзашева А., Кенжегулова С.* Численный метод определения удлинения стержня из жаропрочного сплава при наличии теплообмена, частичной теплоизоляции, локальной постоянной температуры. – Вестник КазАТК, 2009.

2 *Жумадилаева А.К., Кудайкулов А.К., Ташенова Ж.М. [и др.]* моделирование установившегося нелинейно термо-напряженно-деформированного состояния теплоизолированного стержня ограниченной длины при воздействии теплового потока и теплообмена // Физико-математические науки и информационные технологии: проблемы и тенденции развития: сб. ст. по матер. II междунар. науч.-практ. конф. – Новосибирск: СибАК, 2012.

3 *Кудайкулов А., Ногайбаева М.* Определение термо-напряженного состояния стержня переменного сечения. – International scientific review, 2016

4 *Kudaykulov A., Arshidinova M., Tashev A.* Numerical Modeling of Nonlinear Thermomechanical Processes in a Rod of Variable Cross Section in the Presence of Heat Flow. – 5th International Conference on Information Science and Control Engineering (ICISCE), 2018.

### References

1 *Kudajkulov A., Kenzhegulov B., Myrzasheva A., Kenzhegulova S.* Chislennyj metod opredeleniya udlineniya stержnya iz zharoprochnogo splava pri nalichii teploobmena, chastichnoj teploizolyaczii, lokal`noj postoyannoј temperatury`. – Vestnik KazATK, 2009.

2 *Zhumadillaeva A.K., Kudajkulov A.K., Tashenova Zh.M. [i dr.]*

modelirovanie ustanovivshegosya nelinejno termo-napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya teploizolirovannogo sterzhnaya ogranichennoj dliny` pri vozdeystvii teplovogo potoka i teploobmena // Fiziko-matematicheskie nauki i informacziorny`e tekhnologii: problemy` i tendenczii razvitiya: sb. st. po mater. II mezhdunar. nauch.-prakt. konf. – Novosibirsk: SibAK, 2012.

3 *Kudajkulov A., Nogajbaeva M.* Opredelenie termo-napryazhennogo sostoyaniya sterzhnaya peremennogo secheniya. – International scientific review, 2016

4 *Kudaykulov A., Arshidinova M., Tashev A.* Numerical Modeling of Nonlinear Thermomechanical Processes in a Rod of Variable Cross Section in the Presence of Heat Flow. – 5th International Conference on Information Science and Control Engineering (ICISCE), 2018.

#### **Сведения об авторах**

**Избасарова А.Ж.**, IT-технологиялар, автоматтандыру және механизациялау факультетінің ????

e-mail: asiya0496@gmail.com

**Кудайкулов А.К.**, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор

e-mail: kudaykulov2006@mail.ru

**Ташев А.А.**, техника ғылымдарының докторы , профессор

e-mail: azattash@mail.ru